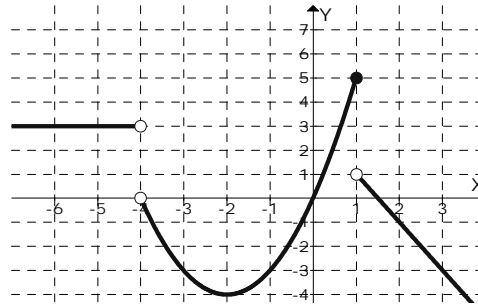


1.- Funciones y características

1 La siguiente tabla nos da la temperatura de una taza de café mientras se enfría

Tiempo (minutos)	0	5	10	15	20	25	30
Temperatura (°C)	90	79	70	62	55	49	44

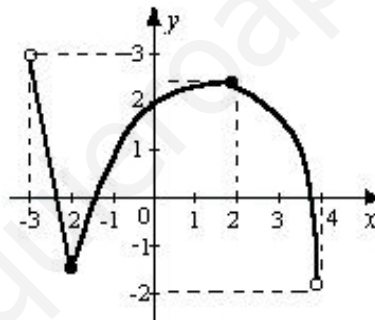
Representa los datos en una gráfica tomando una escala adecuada en cada uno de los ejes de coordenadas



2 Sea f la función dada por la gráfica

Determina:

- a) $f(2)$ b) $f(1)$ c) $f(-4)$ d) $D(f)$ e) $\text{Rec}(f)$ f) Valores de x para los que $f(x) = 2$
- g) Valores de x para los que $y = -3$ h) Puntos de corte con los ejes
- i) $\text{Signo}(f)$ j) Crecimiento/Decrecimiento k) Máximos/Mínimos l) Discontinuidad



3 Sea f la función dada por la gráfica

Determina:

- a) $f(2)$ b) $f(4)$ c) $f(0)$ d) $D(f)$ e) $\text{Rec}(f)$ f) Puntos de corte con los ejes
- g) $\text{Signo}(f)$ h) Crecimiento/Decrecimiento i) Máximos/Mínimos j) Discontinuidad

4 Se tiene una cartulina rectangular de dimensiones 8 dm x 4 dm

De cada esquina se recorta un cuadrado de lado x con el fin de hacer una caja sin tapa.

- a) Expresa el volumen de la caja en función de x
- b) Halla el dominio de definición de la función volumen
- c) Calcula el lado del cuadrado para que el volumen de la caja sea de 12 litros

5 Dada la función $f(x) = \frac{7x-4}{5x+2}$ determina: a) $f(-0,75)$ b) Puntos de corte con los ejes

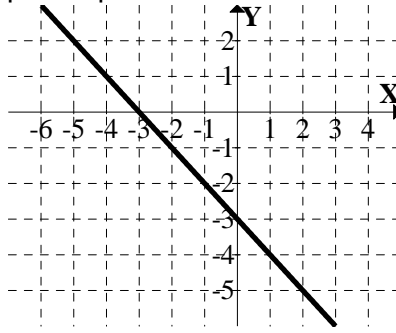
c) Soluciones de la ecuación $f(x) = -3$

6 Calcula el dominio de definición de la función f en los casos: a) $f(x) = \frac{4x+1}{x^2-5x+6}$

- b) $f(x) = \frac{3x}{x^2+1}$ c) $f(x) = \sqrt{4x-x^2}$ d) $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$ e) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-9}$ f) $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x+1}$

2.- Funciones cuya gráfica es una recta

- 7 Averigua si la recta dibujada pasa por el punto $(500, -325)$



- 8 Supongamos que la temperatura media del aire disminuye con la altura y que por cada incremento de 100 m de altitud la temperatura baja 5 décimas de grado.

La temperatura a nivel del mar es de 25°C .

- Construye una tabla de valores
- Halla la fórmula de la función que expresa la temperatura en función de la altitud.
- Representa gráficamente esta función.
- Determina a qué altitud la temperatura es de 0°C

- 9 Un fabricante debe entregar sus productos en un radio de 600 km.

Recibe las ofertas de dos transportistas en las siguientes condiciones:

Transportista A: $0,60 \text{ €/km}$

Transportista B: $45 \text{ € fijos y } 0,50 \text{ €/km}$

- Escribe la fórmula de la función km-precio para el transportista A
- Escribe la fórmula de la función km-precio para el transportista B
- Representa gráficamente las dos funciones anteriores usando los mismos ejes de coordenadas
- Calcula el punto donde se cortan y explica su significado.
- Averigua cuál de ellos sale más barato para un recorrido de 400 km.
- ¿Y para 500 km?

- 10 La evolución del crecimiento de una planta viene dada por la siguiente tabla

Semana	Altura (mm)
1	8
2	20
3	60
4	80
6	100
8	140

Mediante interpolación/extrapolación lineal calcula la altura de la planta en la semana 5 y en la semana 9 usando los puntos de la gráfica y también, hallando la fórmula.

- 11 Esta tabla representa el volumen de agua en un gran depósito a medida que se va llenando

Tiempo (minutos)	0	12	24	48
Volumen (litros)	20	68	116	164

Halla, mediante interpolación/extrapolación lineal, el volumen de agua que hay en el depósito a la media hora y a la hora de haber empezado.

3.- Funciones cuadráticas

12 La temperatura de una habitación según las horas transcurridas viene dada por la tabla

Horas transcurridas	2	3	5
Temperatura (°C)	15	16	12

- a) Halla la función cuadrática que se ajusta a los datos
b) Calcula la temperatura cuando han transcurrido 4 h.

13 Haz la gráfica de las siguientes funciones cuadráticas:

a) $y = \frac{1}{5}x^2 - x + 3$ b) $y = -2x^2 + 4x - 2$ c) $y = 3x^2 - 3$, donde $x < 2$ d) $y = 2x^2$

14 Determina dónde se alcanza el mínimo de la función $f(x) = 3x^2 - 6x + a$.
Calcula el valor de "a" para que el valor mínimo de la función sea 5

15 Halla a y b en la ecuación de la parábola $y = ax^2 + bx + 5$ sabiendo que tiene un máximo en el punto (2, 9)

16 Sean las funciones $f(x) = x^2 - 4x + 6$, $g(x) = 2x - x^2$.
Determina el valor de x para el que toma el menor valor la función $h(x) = f(x) - g(x)$.

17 El valor, en miles de euros, de una empresa en función del tiempo t, en años, viene dado por la función $f(t) = -4t^2 + 60t - 15$, $1 \leq t \leq 8$.

- a) ¿Cuál será el valor de la empresa para $t = 2,5$?
b) Halla el valor máximo de la empresa y el año en que se obtiene
c) ¿En qué año el valor de la empresa es de 185 000 €?

18 La temperatura $f(t)$, en °C, que adquiere una pieza sometida a un proceso viene dada en función del tiempo t, en horas, por la expresión: $f(t) = 40t - 10t^2$, con $0 \leq t \leq 4$.

- a) Representa gráficamente la función y determina la temperatura máxima que alcanza la pieza.
b) ¿En qué instantes la temperatura es de 30 °C?

19 El beneficio obtenido por la producción de x kilogramos de un artículo viene dado por la función:
 $f(x) = -0,01x^2 + 3,6x - 180$.

- a) Dibuja la gráfica de la función.
b) Determina el número de kilogramos para que el beneficio sea máximo.
c) Determina cuántos kg se deben producir, como máximo, para que la empresa no tenga pérdidas

20 Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba de modo que la altura "h" (en metros) a la que se encuentra en cada instante "t" (en segundos) viene dada por la expresión: $h(t) = -5t^2 + 40t$

- a) ¿En qué instante alcanza la altura máxima? ¿Cuál es esa altura?
b) ¿En qué momento de su caída se encuentra el objeto a 60 metros de altura?
c) ¿En qué instante llega al suelo?

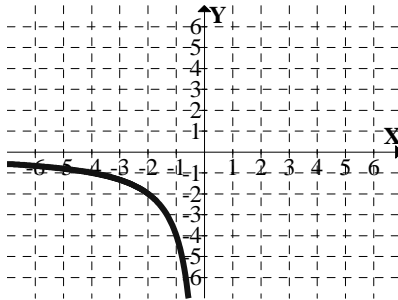
21 En el año 2000 el consumo de luz (en miles de pesetas) de una vivienda, en función del tiempo transcurrido (en horas), nos venía dado por la expresión: $f(t) = -\frac{1}{5}t^2 + 2t + 10$, $0 \leq t \leq 12$

- a) Halla los intervalos de tiempo para los que aumenta el consumo y para los que disminuye
b) Determina en qué horas se produce el consumo máximo y el consumo mínimo
c) Haz la gráfica de la función

4.- Funciones de proporcionalidad inversa

22 Haz la gráfica de las siguientes funciones: a) $f(x) = \frac{12}{x}$ b) $f(x) = \frac{-18}{x}$

23 Completa la siguiente gráfica correspondiente a una función de proporcionalidad inversa y halla la fórmula.



24 Halla la fórmula y haz la gráfica de la función que relaciona la base y la altura de los triángulos de 14 cm² de superficie

5.- Funciones definidas a trozos

25 Calcula el dominio de definición de: $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+4}{x+1}, & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2, & \text{si } x > 0 \end{cases}$ y $g(x) = \begin{cases} \frac{3x-1}{2x+5}, & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 4, & \text{si } x > -1 \end{cases}$

26 Haz la gráfica de las siguientes funciones: a) $f(x) = \begin{cases} x-3, & \text{si } x < 4 \\ -x, & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{si } x < 0 \\ -\frac{1}{x}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} 2x - \frac{x^2}{2}, & \text{si } x \leq 4 \\ 2x - 8, & \text{si } x > 4 \end{cases}$ d) $f(x) = \begin{cases} 9 - x^2 & \text{si } x \leq 3 \\ -2x^2 + 16x - 30 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ e) $f(x) = \begin{cases} -4x - 3, & \text{si } x \leq -1 \\ 2x^2 - 1, & \text{si } -1 < x < 1 \\ \frac{1}{x}, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

f) $f(x) = \begin{cases} 5 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 6x + 10 & \text{si } 2 < x < 5 \\ 4x - 15 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$ g) $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 3x^2 - 12x + 9 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ -2x^2 + 16x - 30 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

27 El beneficio esperado de una empresa, en millones de euros, en los próximos ocho años viene dado por la función B definida por $B(t) = \begin{cases} -t^2 + 7t & \text{si } 0 \leq t < 5 \\ 10 & \text{si } 5 \leq t \leq 8 \end{cases}$ donde t indica el tiempo en años.

- a) Representa gráficamente la función B
b) Calcula para qué valor del tiempo el beneficio esperado es de 11,25 millones de €

28 En el año 2000, el estudio de la rentabilidad de una empresa revela que una inversión de x millones de pesetas produce una ganancia de f(x) millones de pts, siendo:

$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{50} + \frac{8x}{25} - \frac{8}{5} & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ \frac{5}{2x} & \text{si } x > 5 \end{cases}$. a) Representa la función f(x)

- b) Halla la inversión que produce máxima ganancia c) Halla la inversión que produce ganancia nula

6.- Funciones exponenciales

29 Calcula el dominio de definición de la función $f(x) = \frac{2^x}{2^x - 1}$

30 Haz la gráfica de las siguientes funciones exponenciales:

a) $y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$

b) $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$

c) $y = 2^{-x}$

d) $y = 2^{3x}$

e) $y = \sqrt[4]{2^x}$

7.- Logaritmos

31 Calcula los siguientes logaritmos usando la definición y sin el uso de la calculadora:

a) $\log_3 81$

b) $\log_{1/5} (125)$

c) $\log_2 \sqrt{8}$

d) $\log_2 \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$

e) $\log_{1/2} \frac{1}{32}$

f) $\log 100$

g) $\log (0,0001)$

h) $\log 10$

i) $\log_4 1$

j) $\log_6 6$

k) $\log_3 3^{15}$

l) $\log_2 0$

m) $\log_4 (-16)$

n) $\ln \sqrt[5]{e^{-2}}$

32 Desarrolla los siguientes logaritmos, usando las propiedades de los mismos:

a) $\log [(x+1)(x^2 - x + 3)]$

b) $\log \frac{2x-5}{x+3}$

c) $\log x^7$

d) $\log \sqrt{2x-7}$

e) $\log \sqrt[3]{x+10}$

f) $\log [x^5(x^2 + x - 2)]$

g) $\log \frac{x \sqrt{x}}{x+1}$

h) $\log \sqrt[5]{\frac{x^3}{x-2}}$

33 Usa tu calculadora y, si es necesario, la fórmula de cambio de base para hallar los siguientes logaritmos, expresando el resultado redondeado a las milésimas:

a) $\log 300$

b) $\log 0,25$

c) $\log_2 12$

d) $\log_{1/4} (500)$

8.- Funciones logarítmicas

34 Calcula el dominio de definición de las funciones: $f(x) = \log (x^2 - 6x + 9)$ $g(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{2-3x}}$

35 Representa gráficamente las siguientes funciones logarítmicas:

1) $y = \log x$

2) $y = \log_{1/5} x$

3) $\log_4 (x)$

4) $f(x) = \log_{0,5} (x)$

9.- Aplicaciones de las funciones exponenciales y logarítmicas

36 Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $25^{3x-1} = \sqrt{5}$

b) $2^{1-x} = \frac{1}{4^{1-2x}}$

c) $4^{5x-6} = \frac{1}{2}$

37 Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log_5 x = -2$

b) $\log_4 x = \frac{-1}{2}$

c) $\log(3x - 1) = \log 4$

38 Una ciudad tiene actualmente 6 000 habitantes.

Supongamos que su población crece anualmente a un ritmo del 3%

a) ¿Cuántos habitantes habrá al cabo de 8 años?

b) ¿Cuánto tiempo debería pasar para alcanzar los 10 000 habitantes?

c) ¿Cuántos habitantes había hace 3 años?

d) ¿Cuánto tiempo hace que había 2 000 habitantes?

39 Supongamos que la masa de un elemento químico radiactivo disminuye anualmente un 0,006%.
Al principio tenemos 2 700 g.

a) ¿Cuál es la masa al cabo de 5 años?

b) ¿Cuánto tiempo debe pasar para que la masa sea la tercera parte de la masa inicial?

40 Se invierten 1 200 € al 2,5% de interés compuesto anual.

¿Cuánto tiempo debe pasar para tener 3 000 €?

41 ¿Cuánto tiempo debe pasar para que el dinero que tenemos en el Banco, a un 2,25% de interés compuesto anual, se duplique?

42 Una ameba se reproduce por bipartición cada minuto. Actualmente hay 163 840 amebas.
¿Cuánto tiempo hace que había 5 amebas?

11.- Álgebra de funciones

43 Considera las funciones $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 3}$, $g(x) = \frac{x + 3}{5x^2 - 15x}$. Calcula la fórmula de las funciones:

$f + g$ $-f$ $-g$ $f - g$ $5g$ fg $\frac{1}{f}$ $\frac{1}{g}$ $\frac{g}{f}$

44 Realiza las siguientes composiciones de funciones:

a) $f \circ g$ y $g \circ f$, siendo $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = x^2 - 5$ b) $f \circ g$, siendo $f(x) = \frac{1}{6 - 3x^2}$, $g(x) = \sqrt{x^2 + 2}$

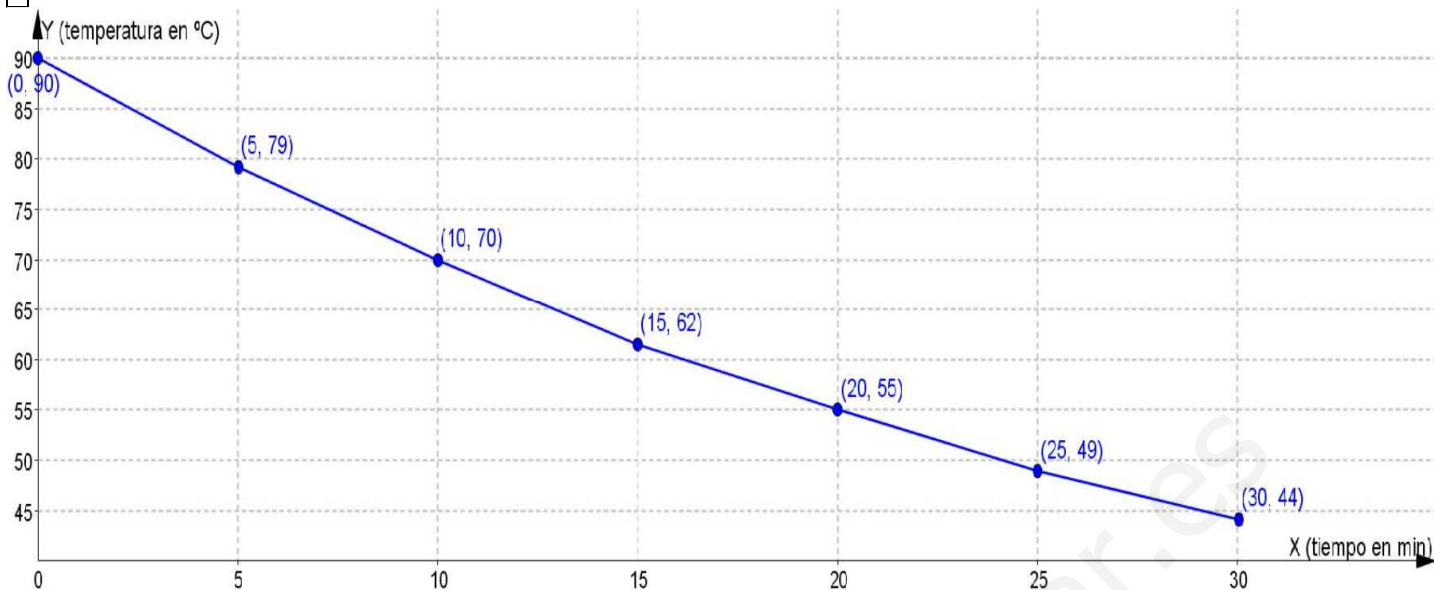
c) $g \circ f$, siendo $f(x) = 2^{7x + 3}$, $g(x) = \log_2 x$

d) $f \circ f$, siendo $f(x) = \frac{x + 9}{x}$

45 Calcula la función recíproca de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x + 7$ b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$ c) $f(x) = \frac{3x - 2}{x + 1}$ d) $f(x) = 1 - 5 \cdot 3^x + 2$ e) $f(x) = 6 - \log_2(x + 1)$

1



2

a) -1 b) 5 c) \exists d) $R - \{-4\}$ e) $(-\infty, 5]$ f) $x = 0,5$ g) $x = -3, x = -1, x = 3$

h) $(0, 0), (1,5; 0)$ i) f es positiva en $(-\infty, -4) \cup (0; 1,5)$; f es negativa en $(-4, 0) \cup (1,5; \infty)$

j) f es creciente en $(-2, 1)$; f es decreciente en $(-4, -2) \cup (1, \infty)$; f es constante en $(-\infty, -4)$

k) Mínimo: $x = -2, y = -4$; No hay máximos; l) f es discontinua en $x = -4, x = 1$

3

a) $2,5$ b) \exists c) 2 d) $(-3, 4)$ e) $(-2; 2,5]$ f) $(-2,5; 0), (-1,5; 0), (3,8; 0), (0, 2)$

g) f es positiva en $(-3; -2,5) \cup (-1,5; 3,8)$; f es negativa en $(-2,5; -1,5) \cup (3,8; 4)$

h) f es creciente en $(-2, 2)$; f es decreciente en $(-3, -2) \cup (2, 4)$

i) Mínimo: $x = -2, y = -1,5$; Máximo: $x = 2, y = 2,5$; j) f es continua

4

a) $V(x) = (8 - 2x)(4 - 2x)x$ b) $D(V) = (0, 2)$

c) Como $12 l = 12 dm^3 \rightarrow (8 - 2x)(4 - 2x)x = 12$

$x^3 - 6x^2 + 8x - 3 = 0 \rightarrow (x - 1)(x^2 - 5x + 3) = 0 \rightarrow x = 1, x = 4,3, x = 0,7$

Luego, hay 2 soluciones: $x = 1 dm, x = 0,7 dm$ (pues $x = 4,3$ no es válida porque x debe ser menor que 2)

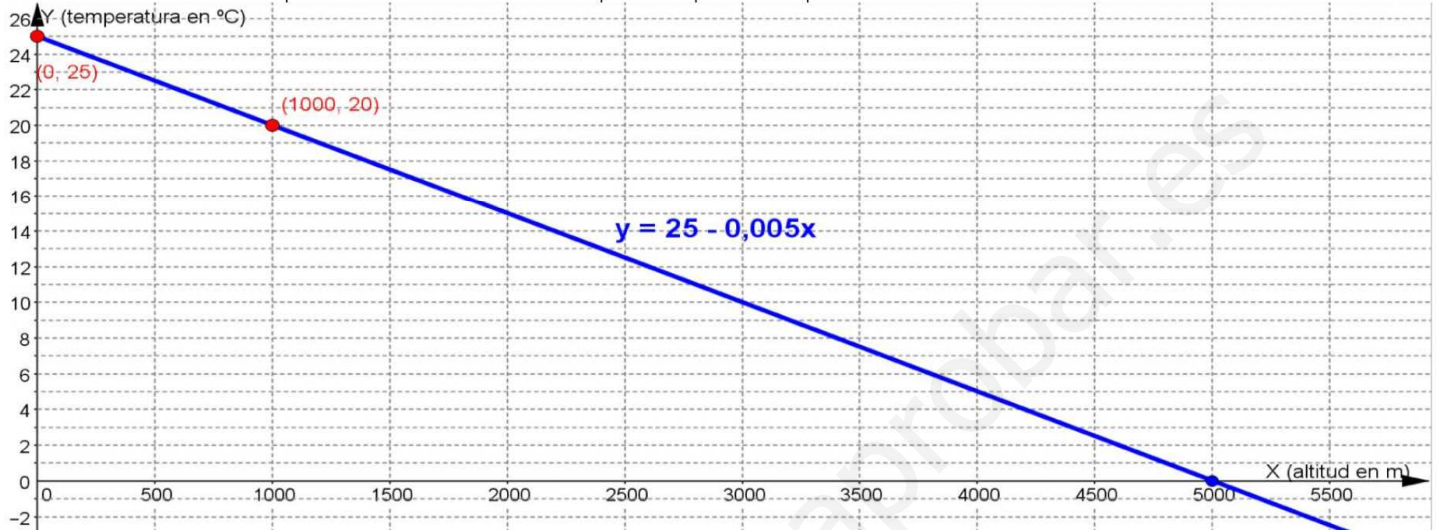
5 a) 5,3 b) $(\frac{4}{7}, 0)$ y $(0, -2)$ c) $x = \frac{-1}{11}$

6 a) $R - \{2; 3\}$ b) R c) $[0, 4]$ d) $(-\infty, -3] \cup (2, \infty)$ e) $(-\infty, -2] \cup [2, \infty) - \{3; -3\}$ f) $[0, \infty)$

7 La ecuación de la recta es $y = -x - 3$; La recta no pasa por P porque P no cumple la ecuación

8

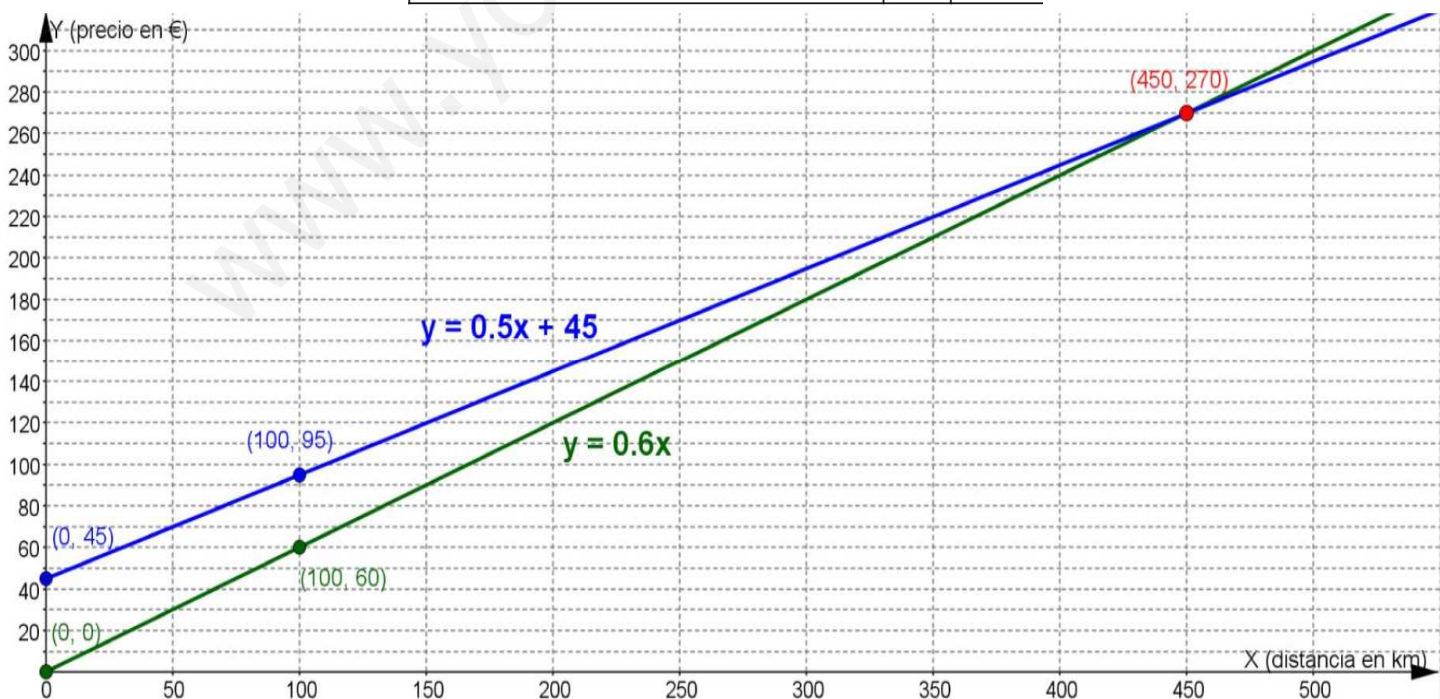
x = altitud (m)	0	1000
y = temperatura(°C)	25	20



d) A 5000 m de altitud la temperatura es 0 °C

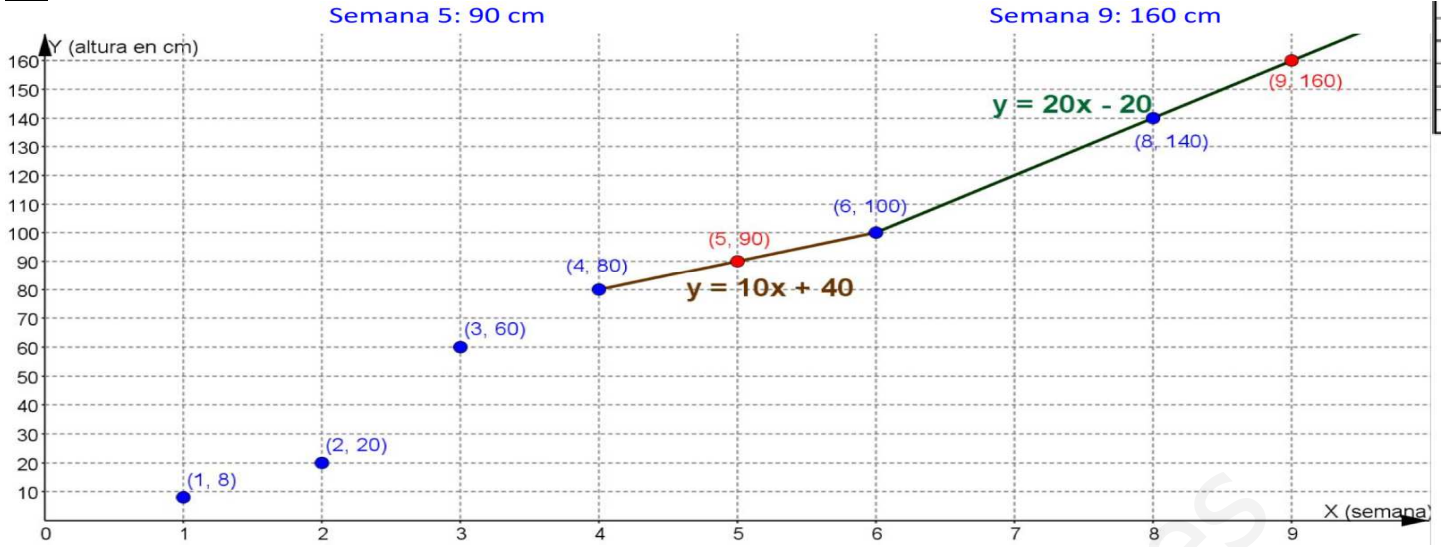
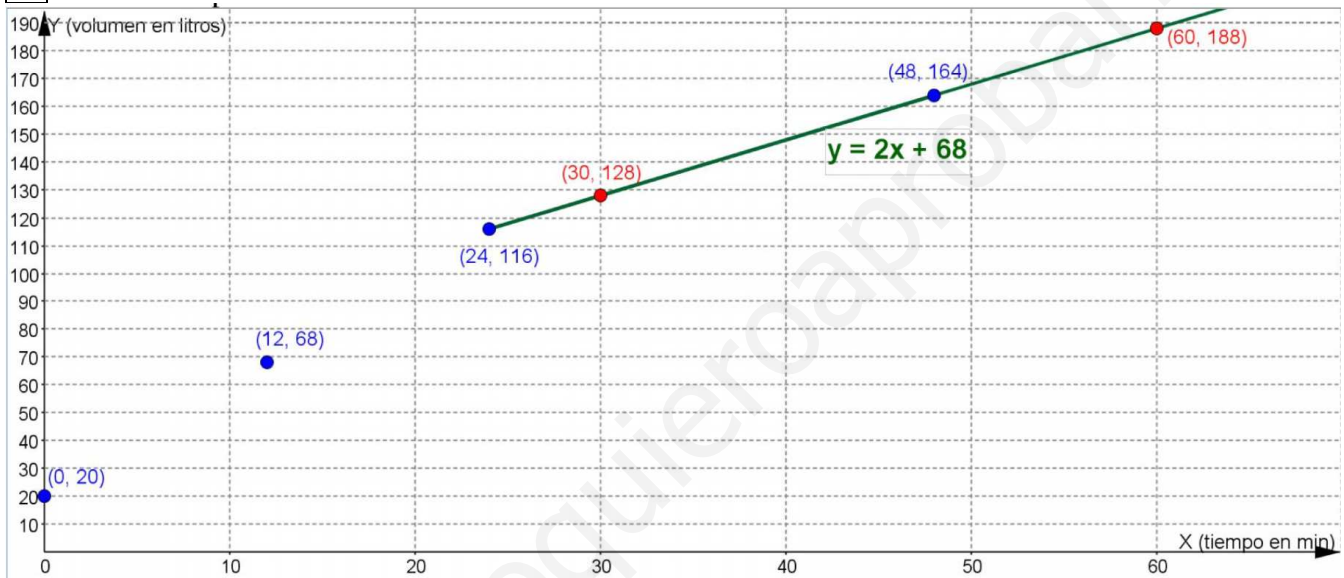
9

x = tiempo (min)	0	100
Transport. A y = precio (€)	0	60
Transpot. B y = precio (€)	45	95



d) El punto de corte es (450, 270) y significa que para 450 km los dos cobran lo mismo, 270 €

e) El A f) El B

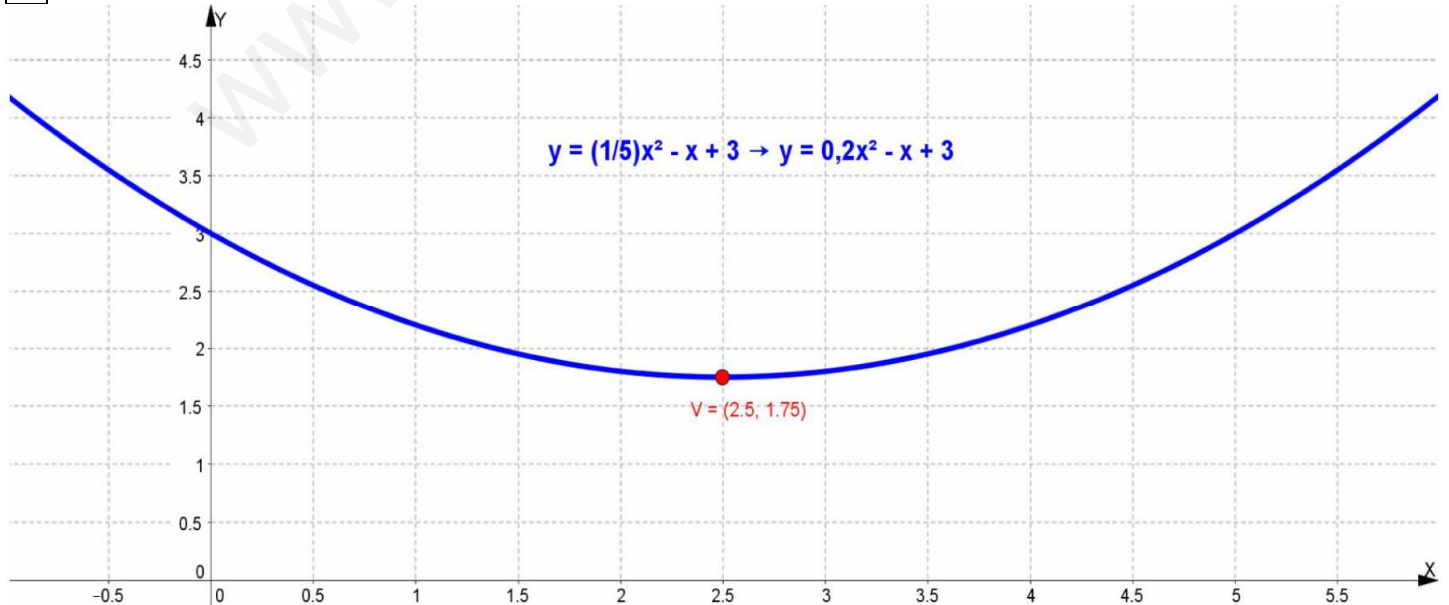
10**11**

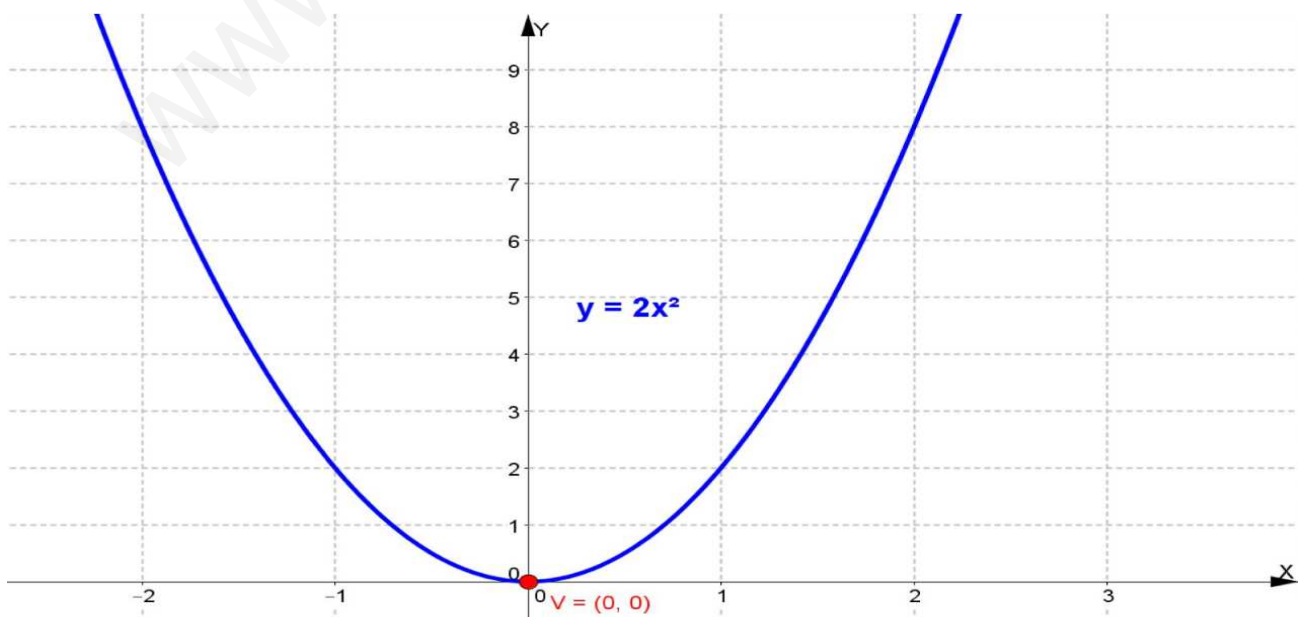
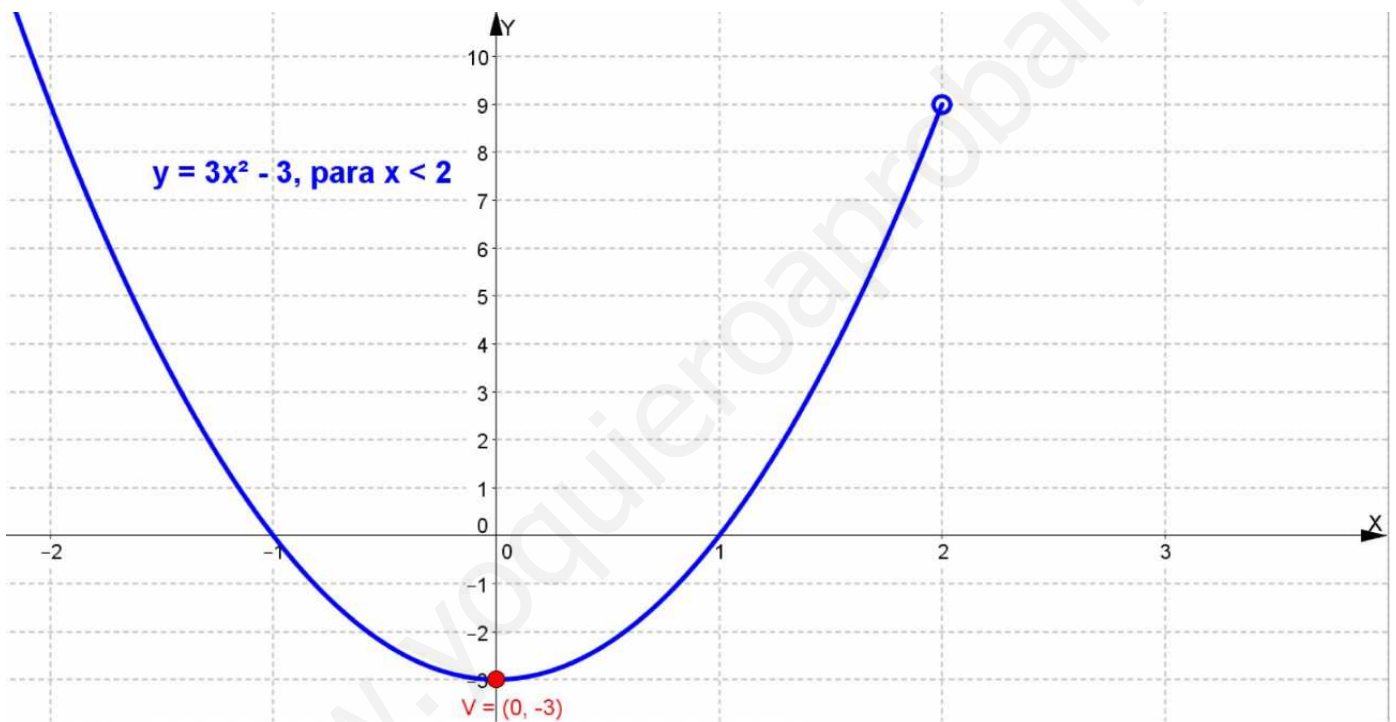
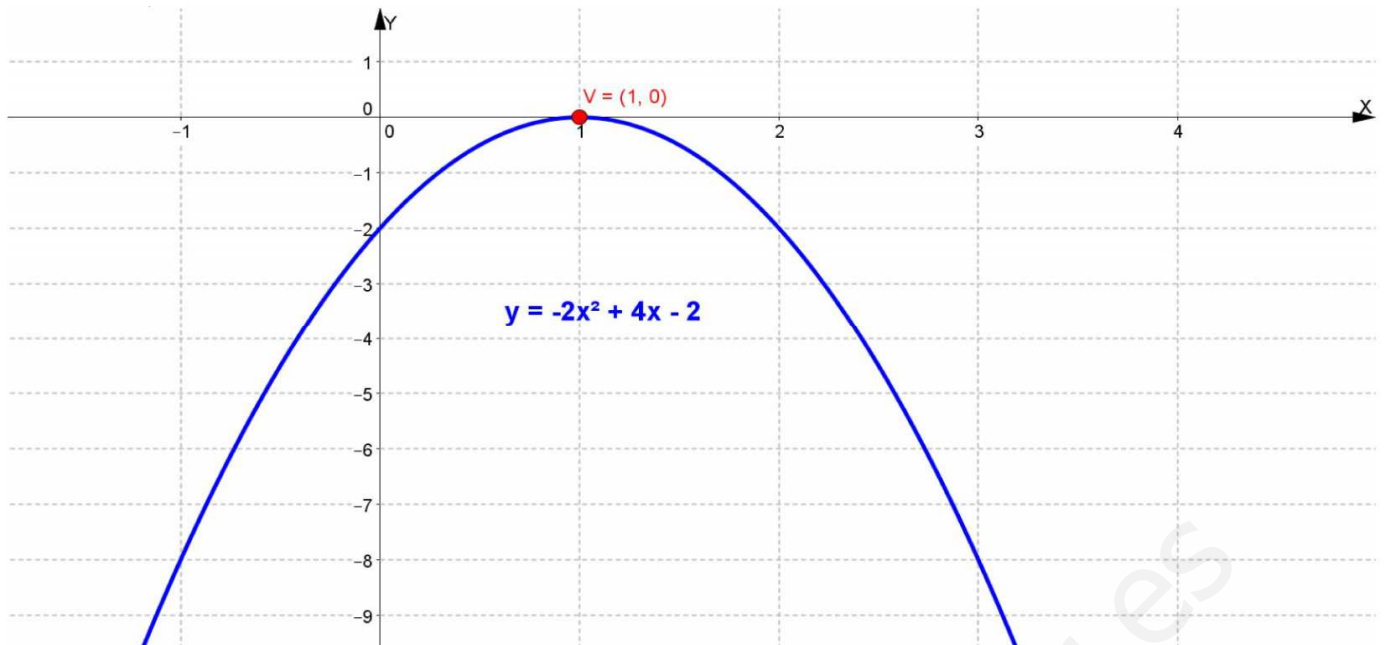
A la media hora, 128 litros y a la hora, 188 litros

12

$$y = -x^2 + 6x + 7$$

A las 4 h la temperatura es 15 °C

13



14) 1) Se alcanza para $x = 1$, $y = a - 3$

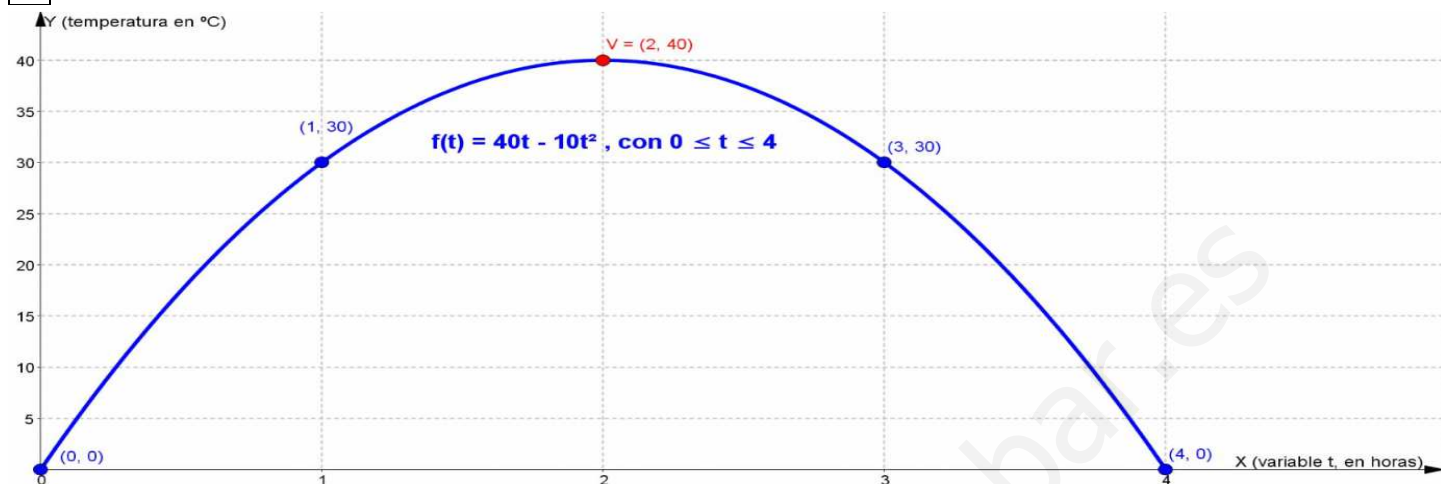
2) Para $a = 8$

15) $a = -1$, $b = 4$

16) $h(x) = (x^2 - 4x + 6) - (2x - x^2) = 2x^2 - 6x + 6$. Valor mínimo para $x = 1,5$

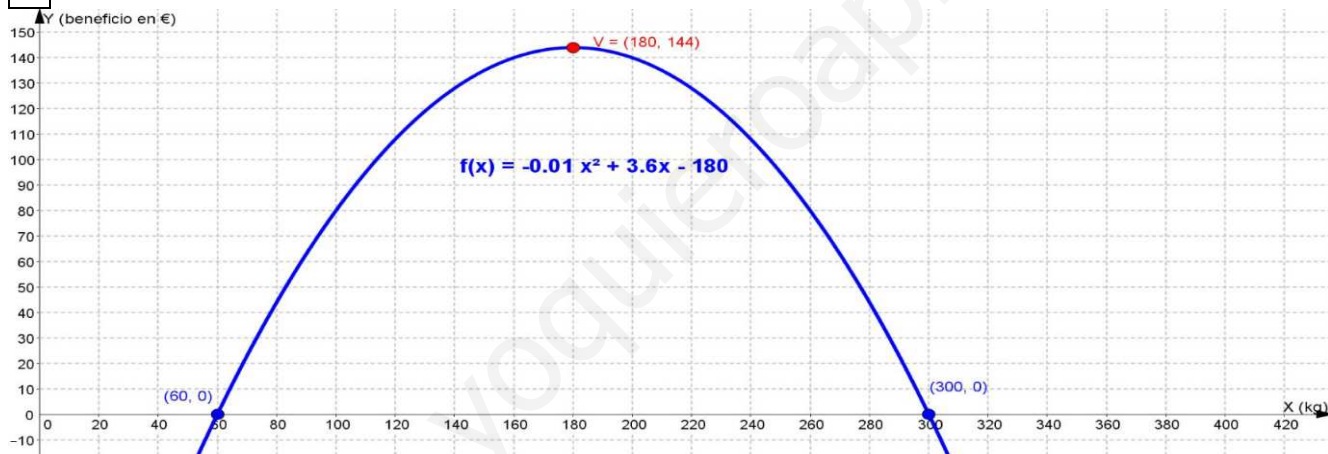
17) a) 110000 € b) 210000€ a los 7,5 años c) $-4t^2 + 60t - 15 = 185 \rightarrow t = 5$. A los 5 años

18



a) 40 °C b) $40t - 10t^2 = 30 \rightarrow t = 1, t = 3$. Al cabo de 1 hora y de 3 horas

19



b) 180 kg c) 300 kg

20) a) A los 4 segundos, 80 metros b) 6 segundos c) 8 segundos

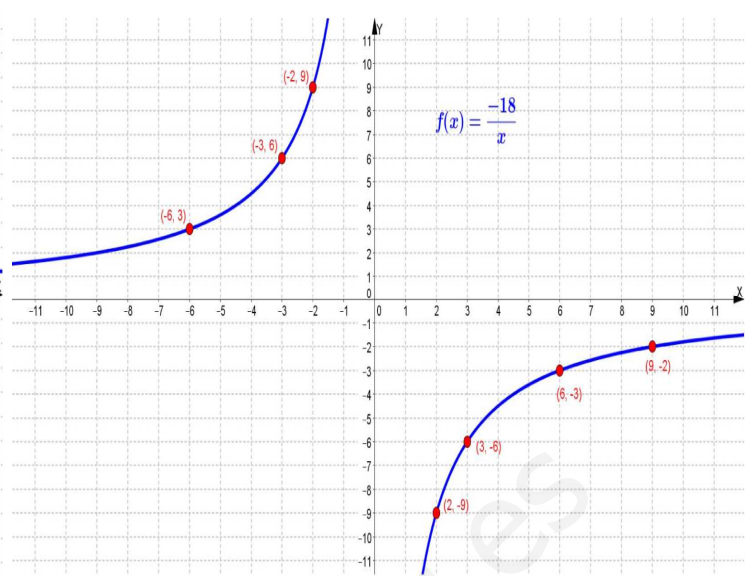
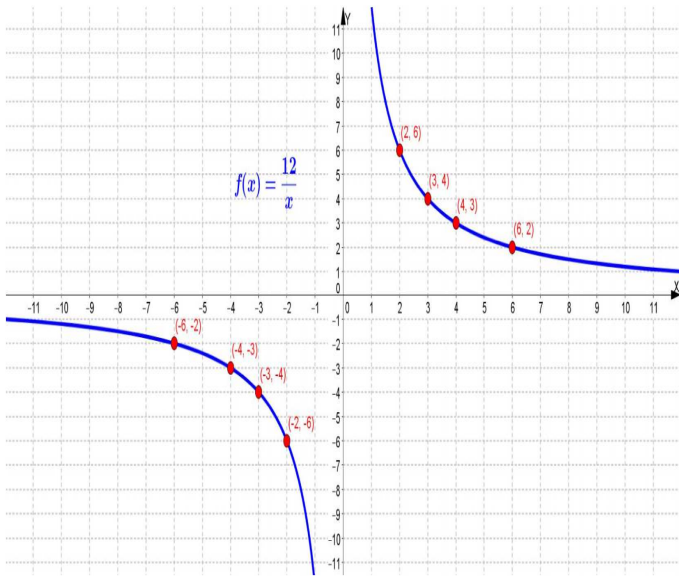
21

a) Aumenta en el intervalo (0,5) y disminuye en el intervalo (5,12)

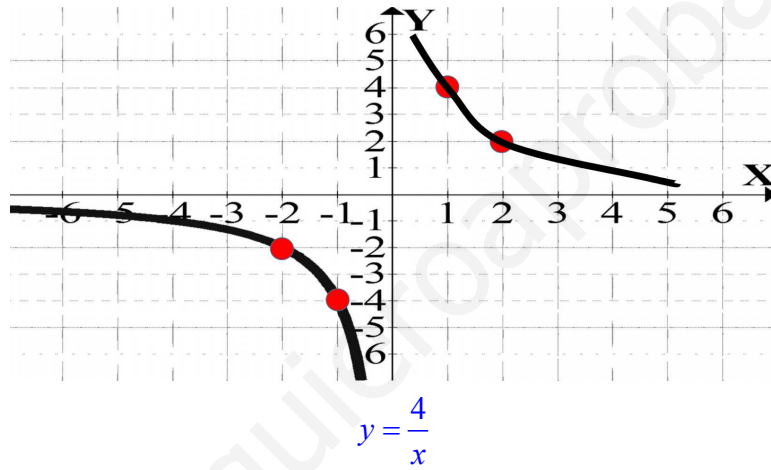
b) Máximo: a las 5 horas ; Mínimo: a las 12 horas



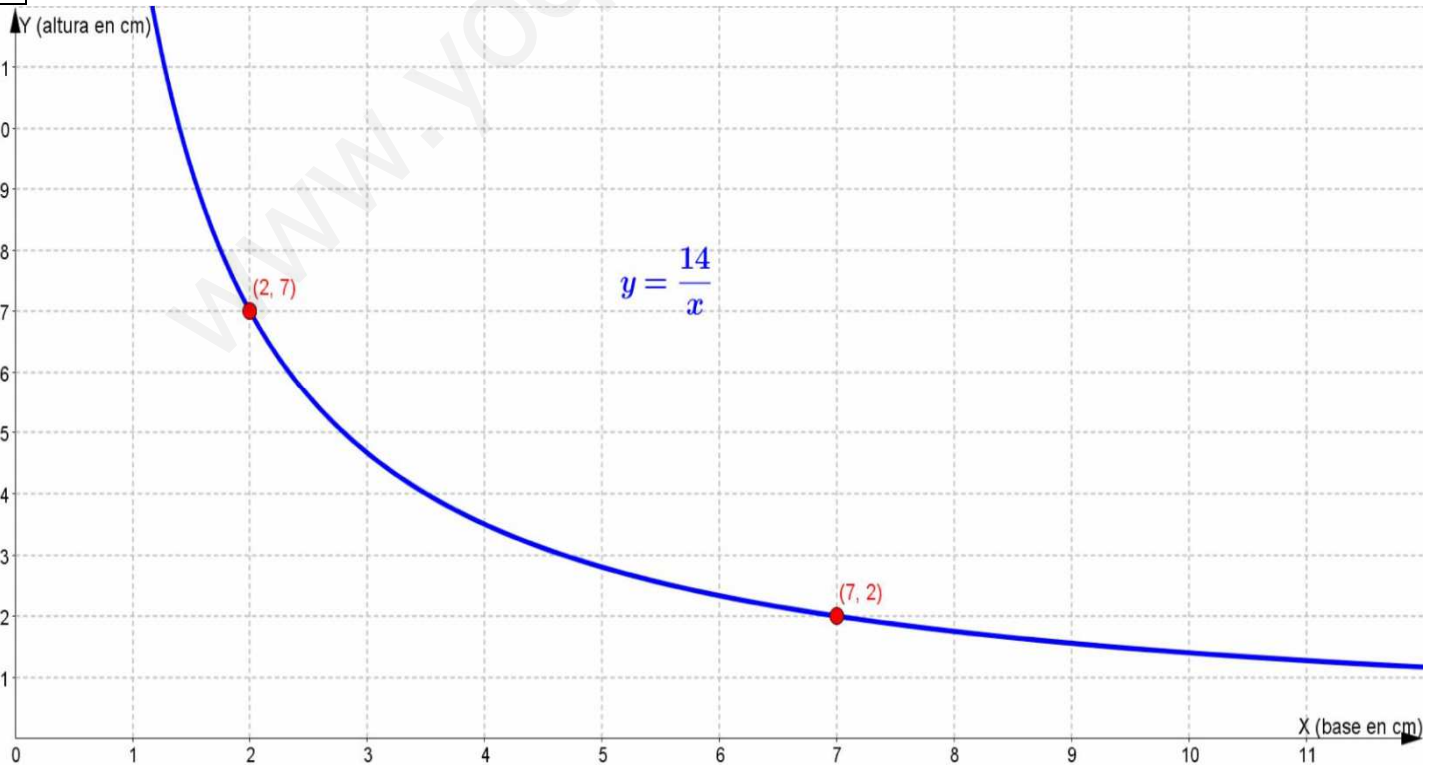
22



23



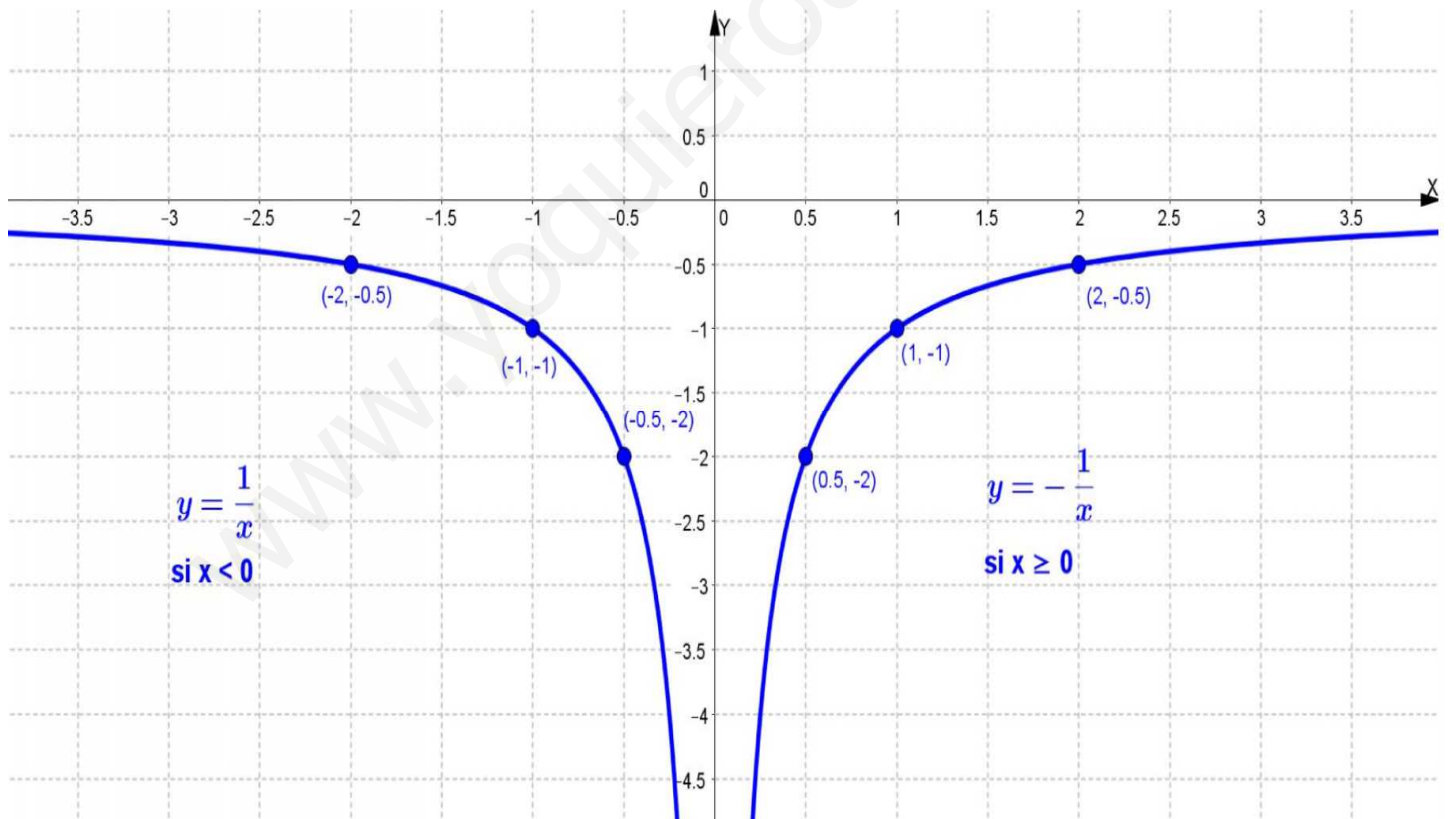
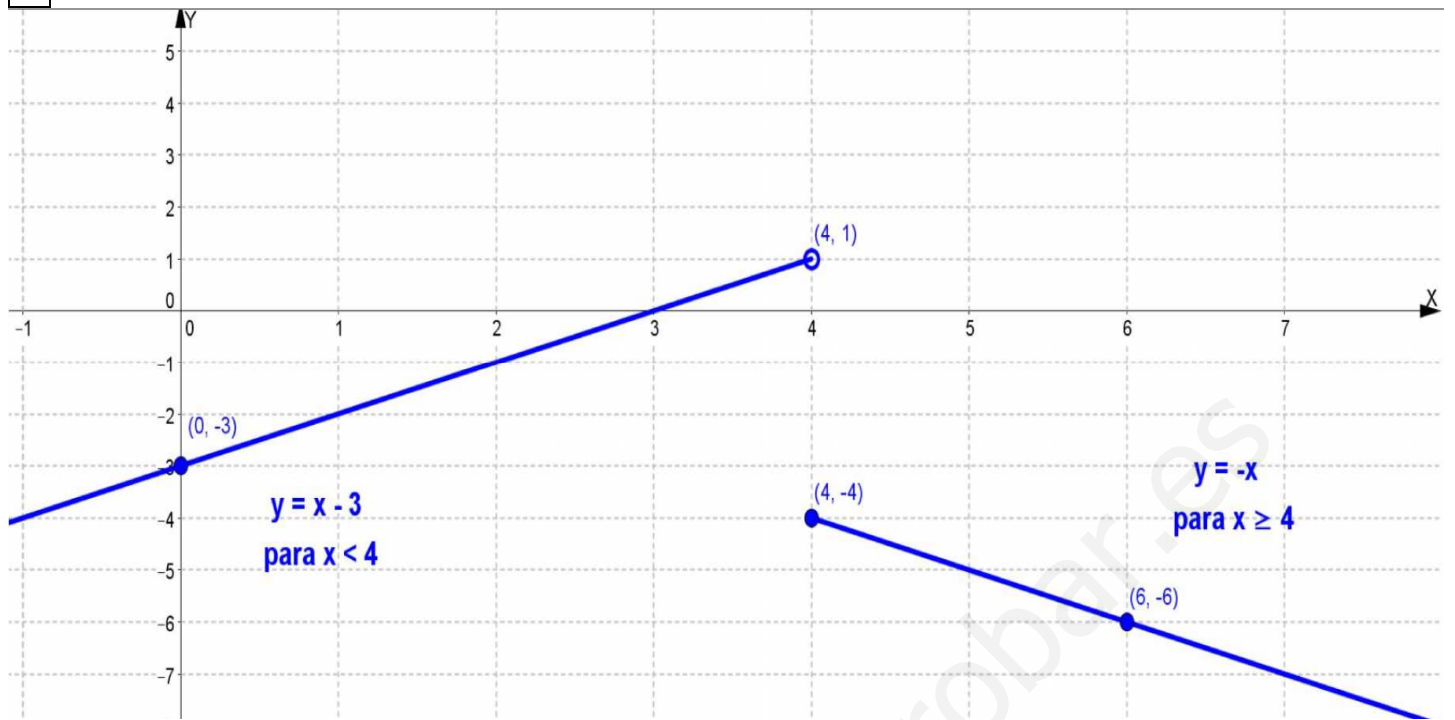
24

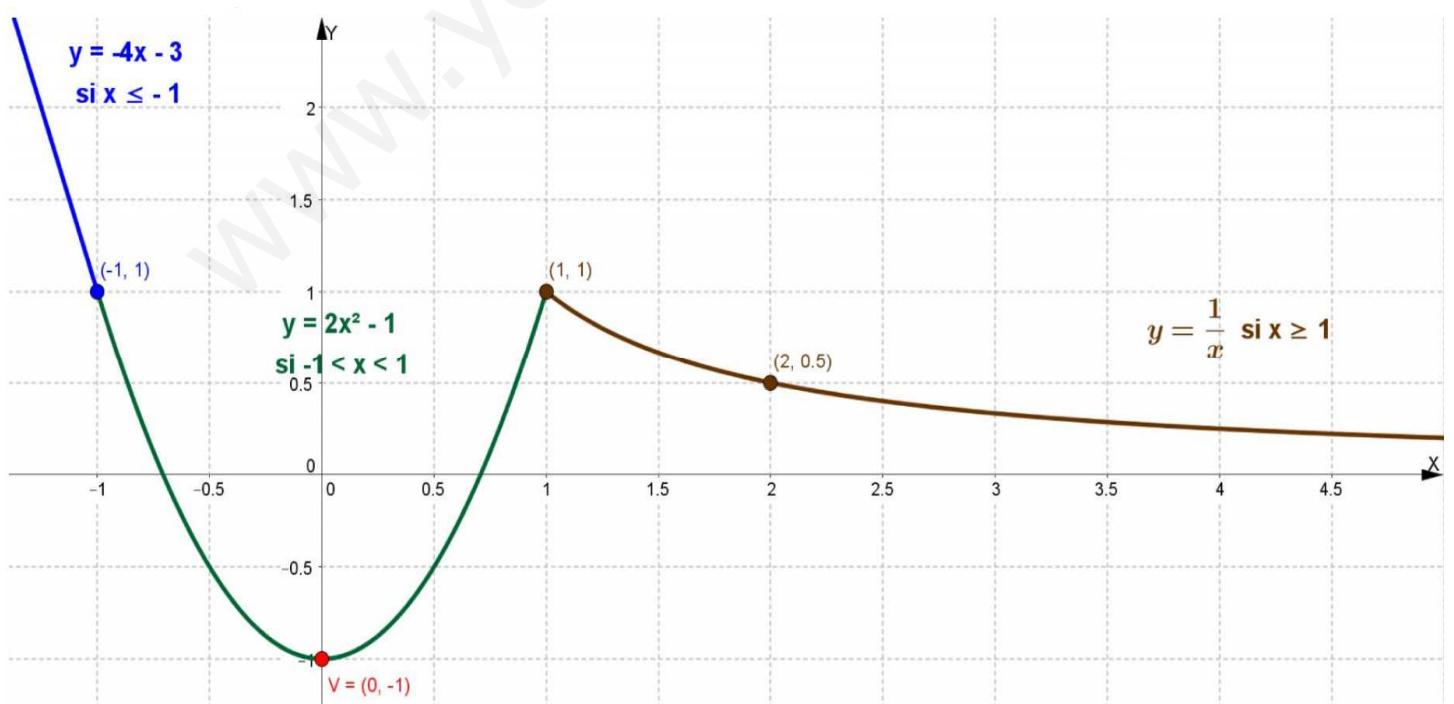
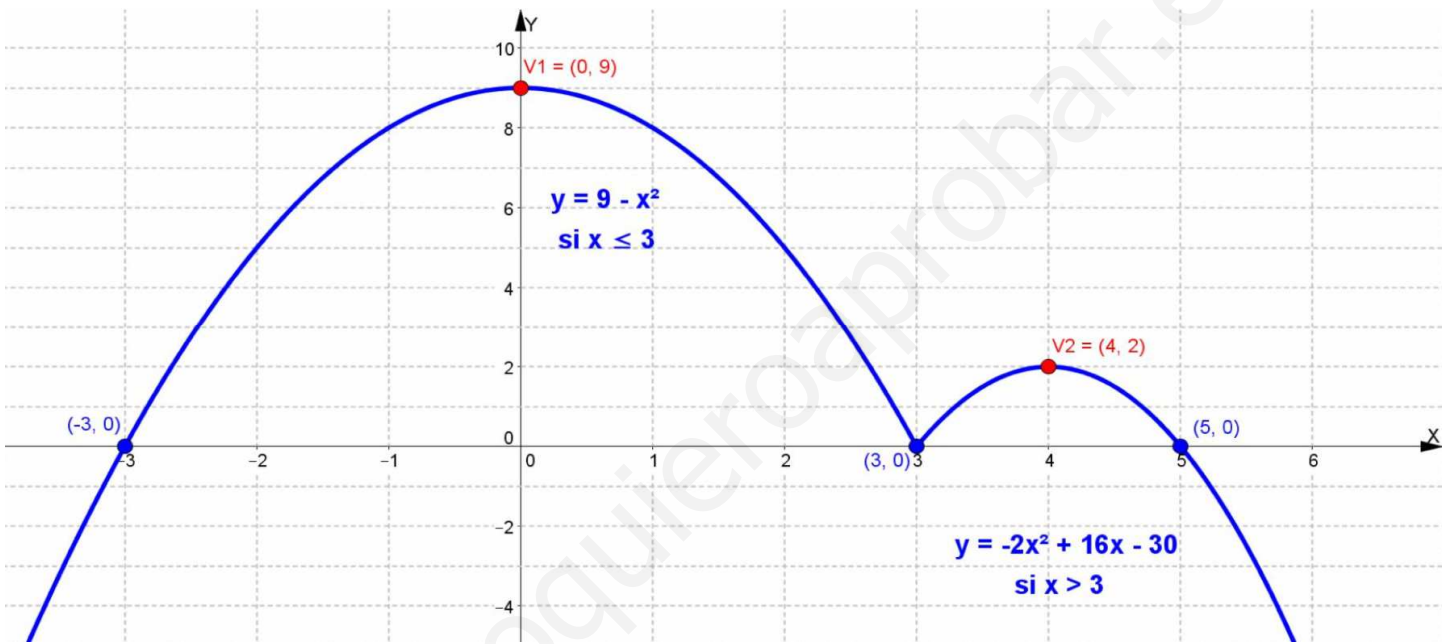
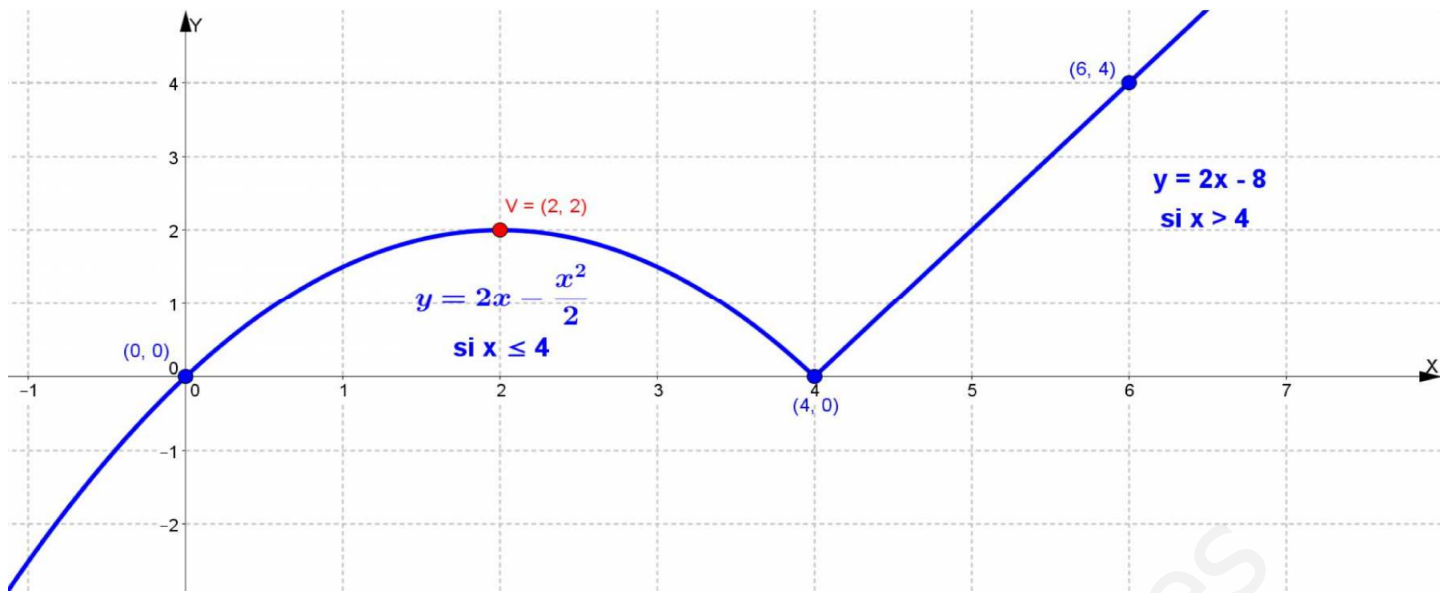


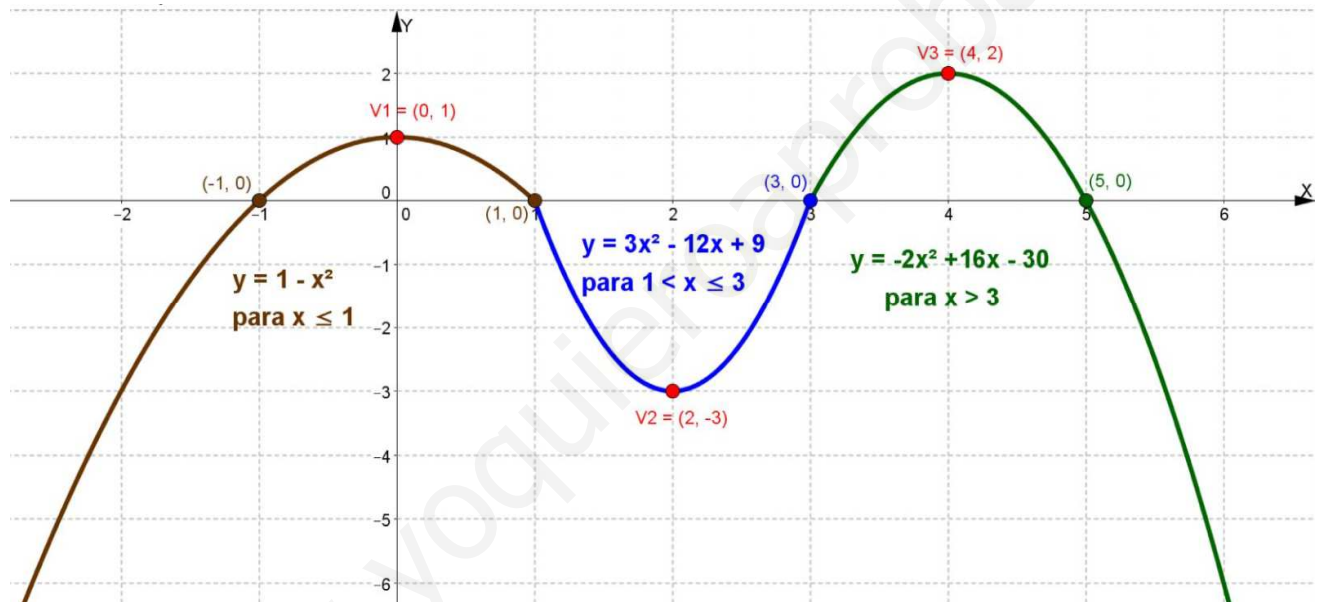
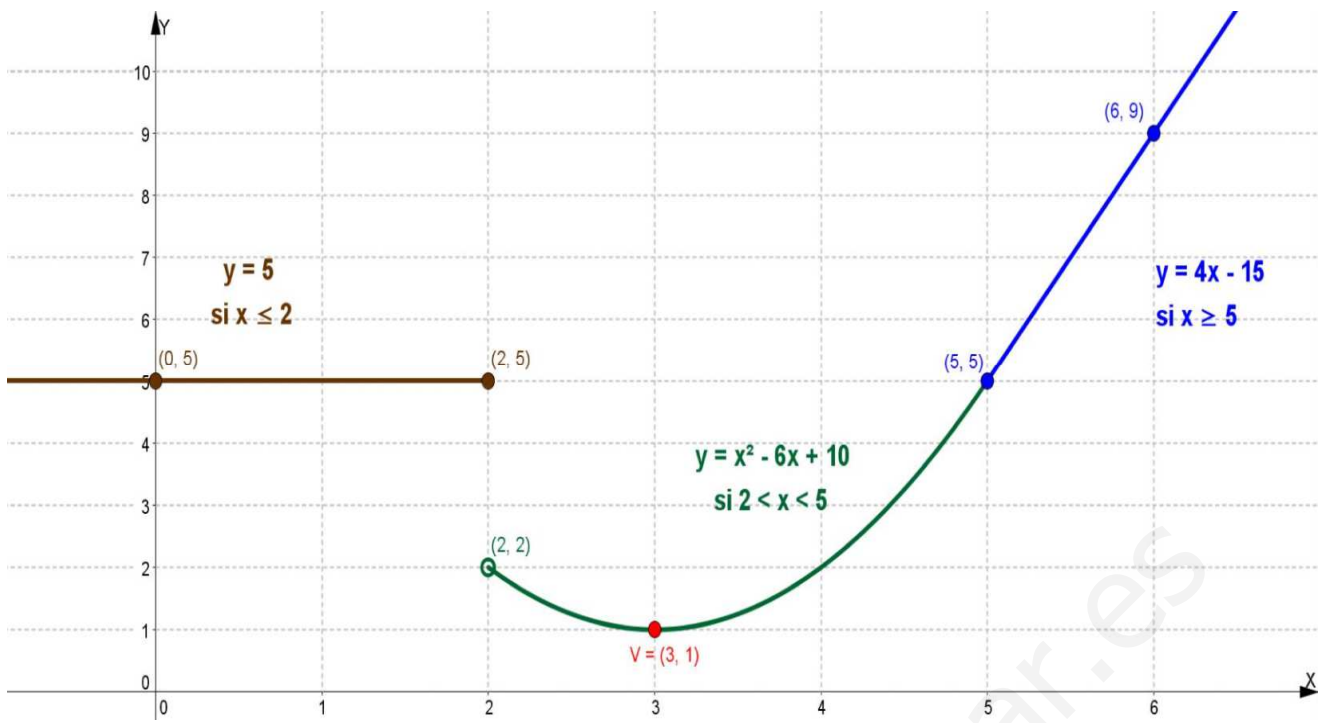
25 $D(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$

$D(g) = \mathbb{R} - \{-5/2; -1\}$

26



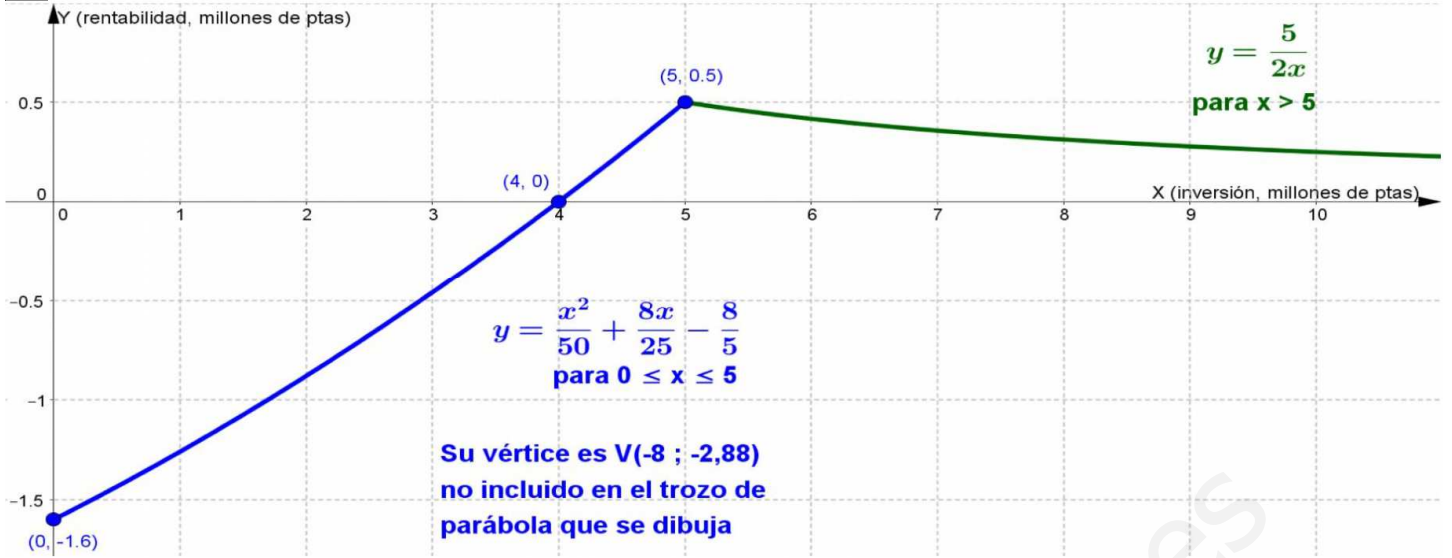




27



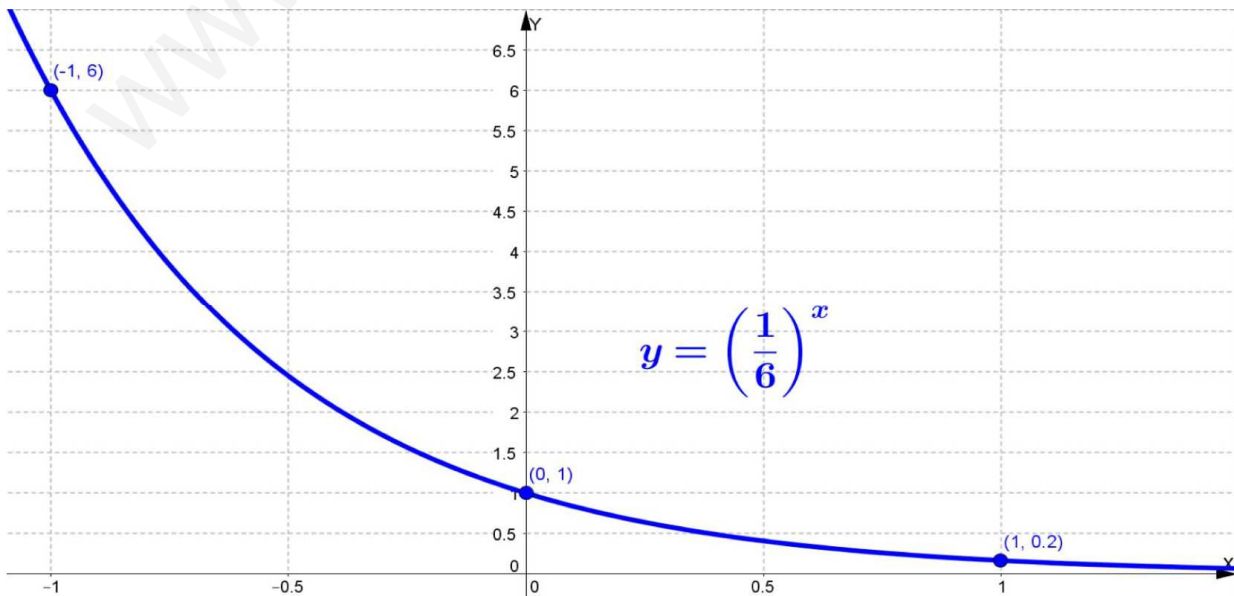
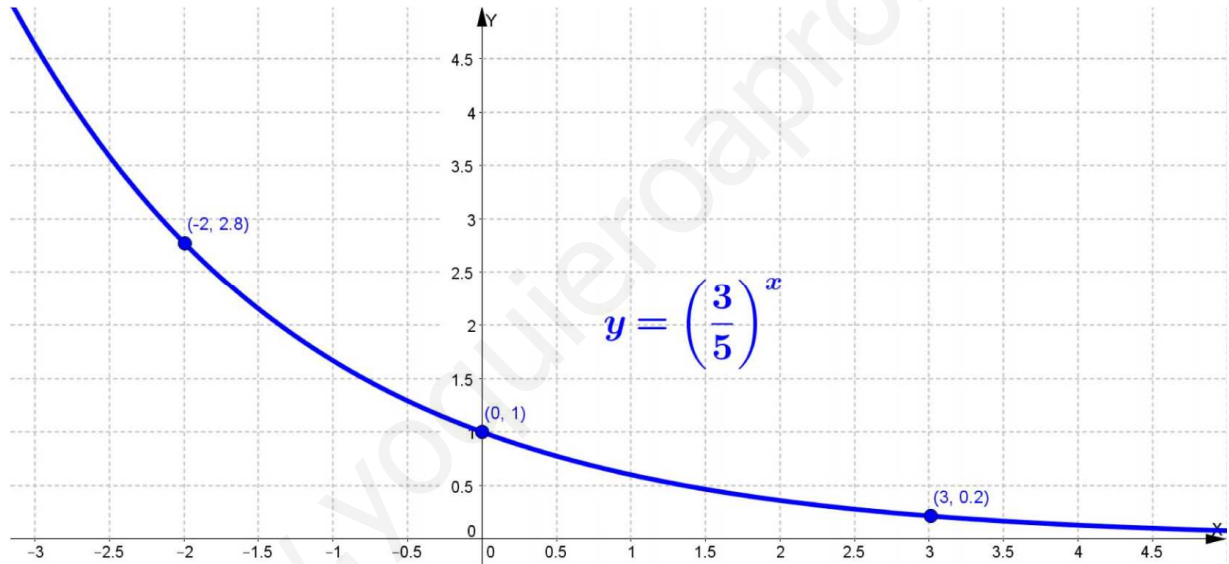
28

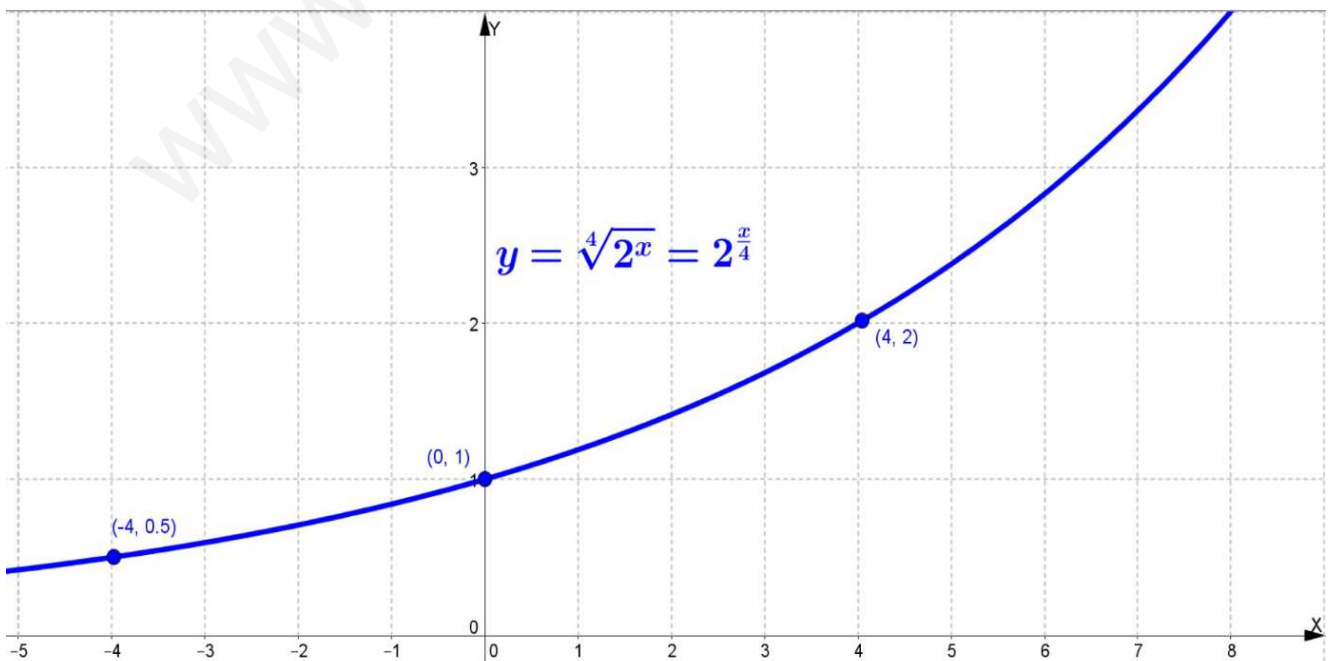
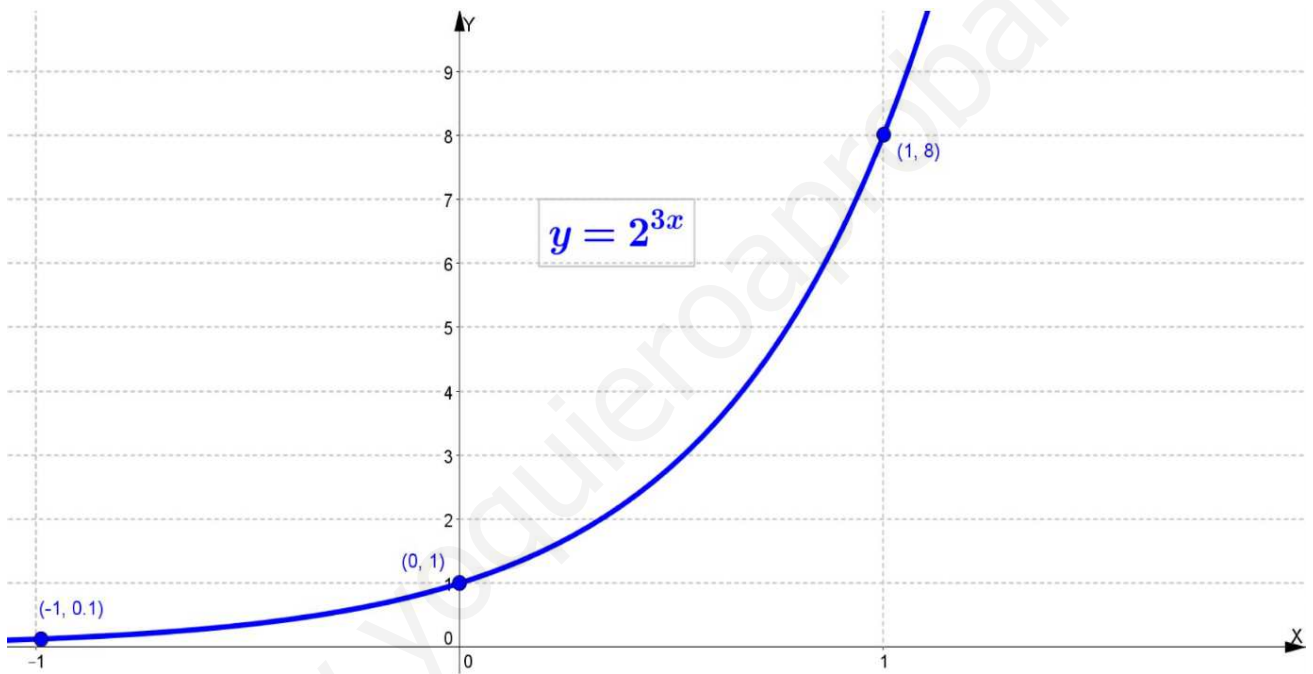
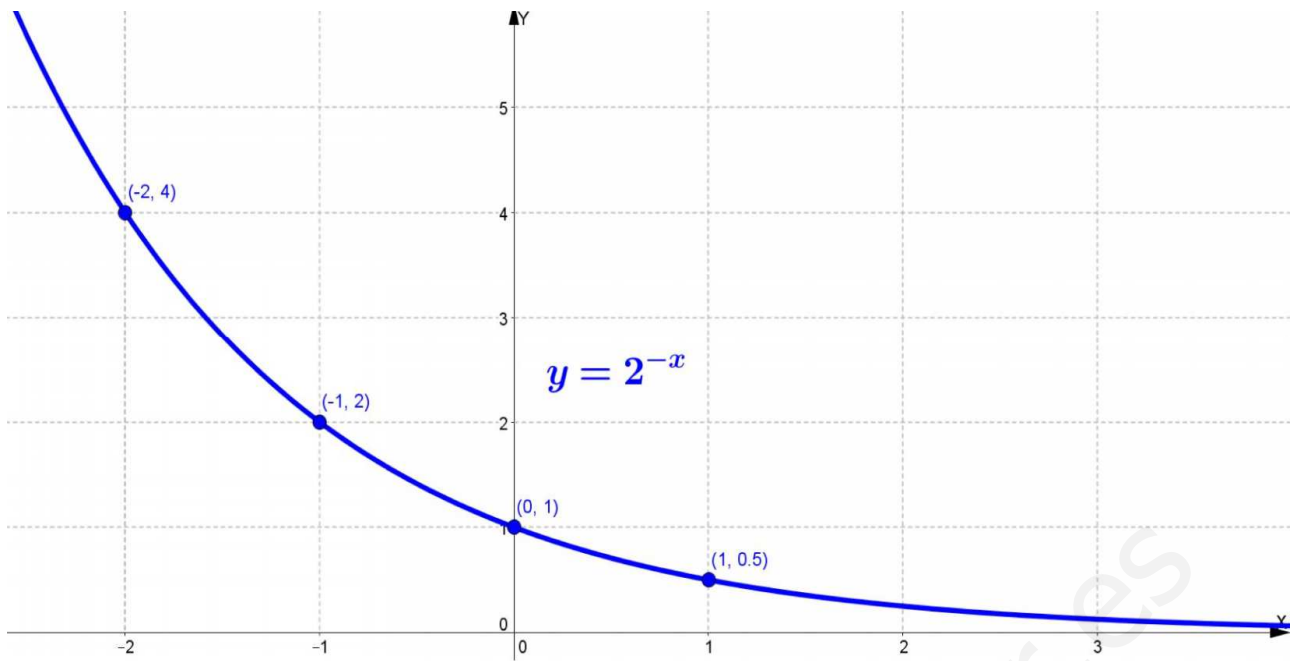


b) 5 millones de pesetas c) 4 millones de pesetas

29 $D(f) = R - \{0\}$

30





31 a) 4 b) -3 c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{-4}{3}$ e) 5 f) 2 g) -4 h) 1 i) 0 j) 1 k) 15 l) $\frac{1}{3}$ m) $\frac{1}{3}$ n) $\frac{-2}{5}$

32

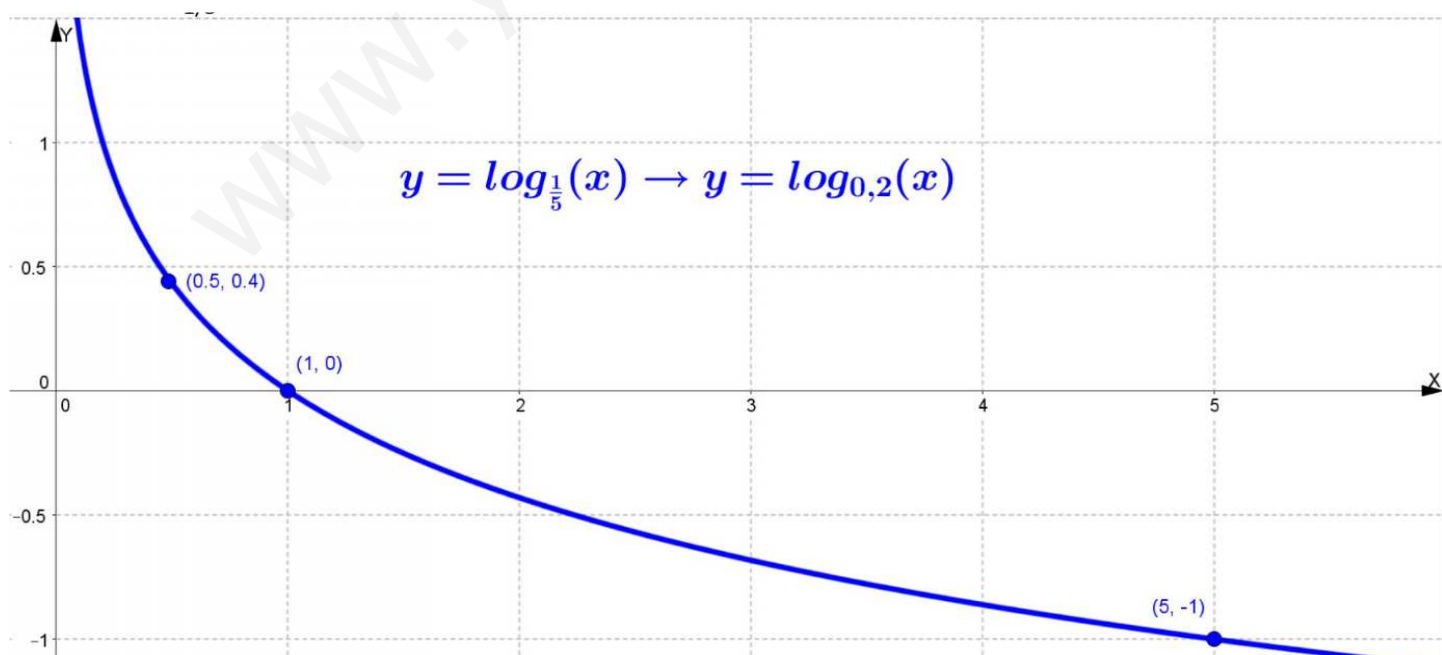
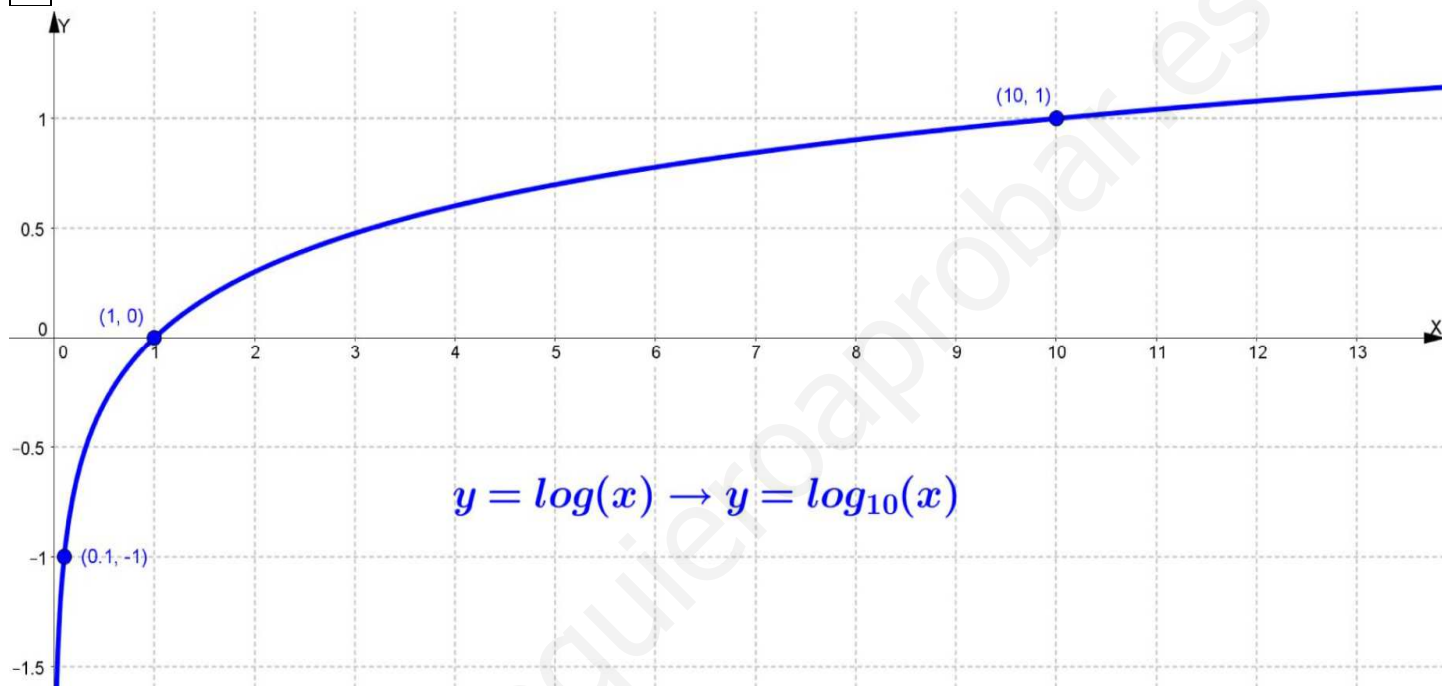
a) $\log(x+1) + \log(x^2 - x + 3)$ b) $\log(2x-5) + \log(x+3)$ c) $7 \log x$ d) $\frac{\log(2x-7)}{2}$ e) $\frac{\log(x+10)}{3}$

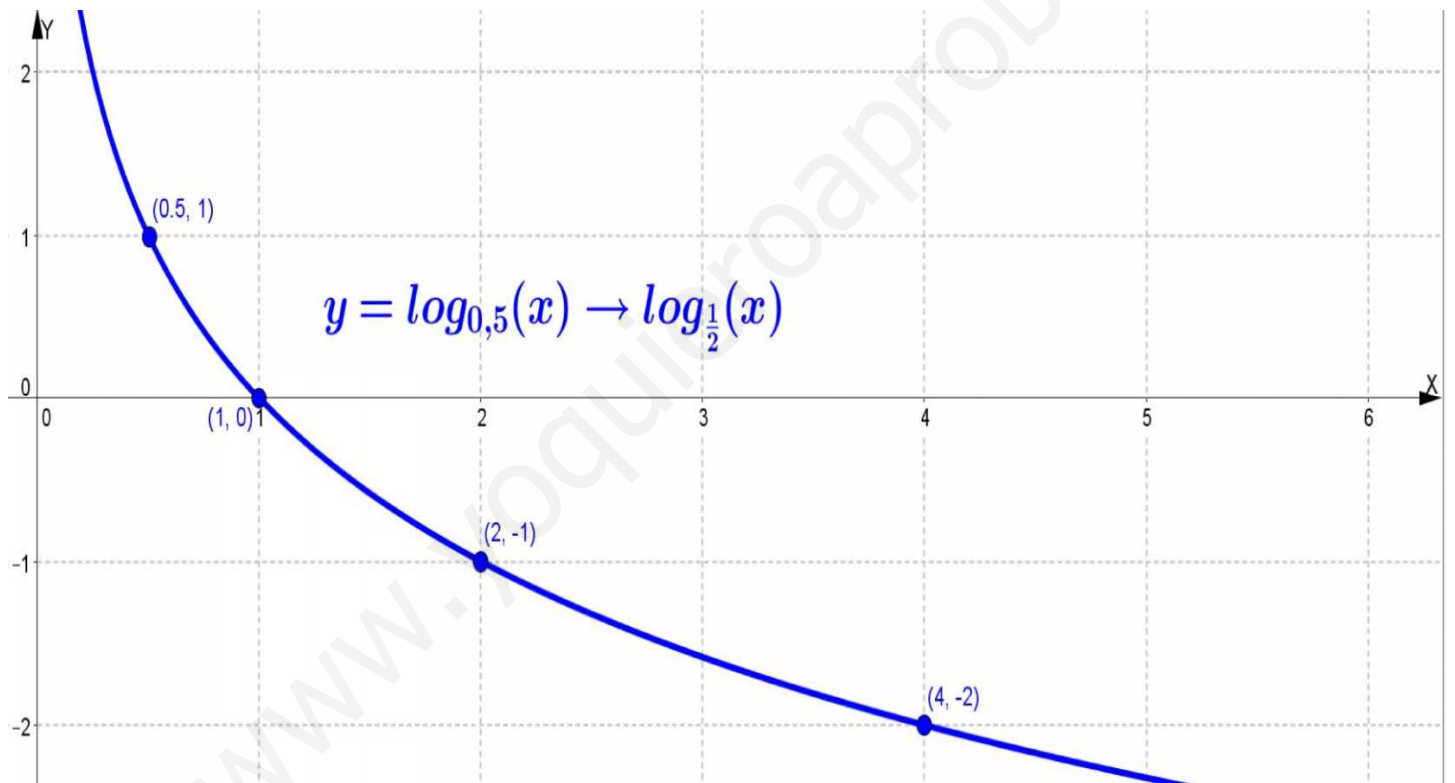
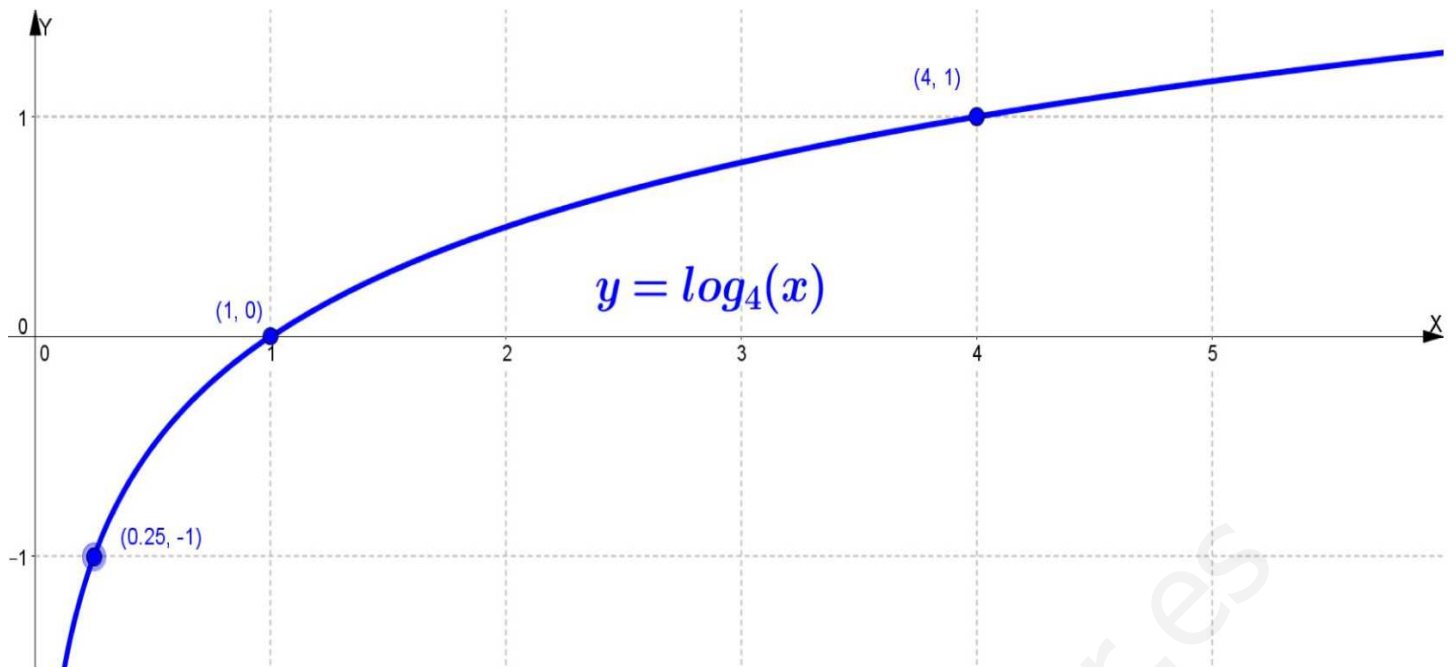
f) $5 \log x + \log(x^2 + x - 2)$ g) $\frac{3 \log x}{2} - \log(x+1)$ h) $\frac{3 \log x - \log(x-2)}{5}$

33 a) 2,477 b) -0,602 c) 3,585 d) -4,483

34 $D(f) = \mathbb{R} - \{3\}$ $D(g) = (0, \frac{2}{3})$

35





- 36** a) $x = \frac{5}{12}$ b) $x = \frac{3}{5}$ c) $x = \frac{11}{10}$ **37** a) $x = \frac{1}{25}$ b) $x = \frac{1}{2}$ c) $x = \frac{5}{3}$

- 38** a) Unos 7 600 hab. b) Unos 17 años c) Unos 5 490 hab. d) Unos 37 años

- 39** a) 2699,19 g b) Unos 18 309 años **40** Unos 37 años **41** Unos 31 años **42** 15 años

$$\boxed{43} \quad 1) (f+g)(x) = \frac{5x^3+15x^2+x+3}{5x^2-15x} \quad 2) (-f)(x) = \frac{-x^2-3x}{x-3} \quad 3) (-g)(x) = \frac{-x-3}{5x^2-15x}$$

$$4) (f-g)(x) = \frac{5x^3+15x^2-x-3}{5x^2-15x} \quad 5) (5g)(x) = \frac{x+3}{x^2-3x} \quad 6) (fg)(x) = \frac{x^2+6x+9}{5x^2-30x+45}$$

$$7) \left(\frac{1}{f}\right)(x) = \frac{x-3}{x^2+3x} \quad 8) \left(\frac{1}{g}\right)(x) = \frac{5x^2-15x}{x+3} \quad 9) \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{1}{5x^2}$$

44

$$a) (f \circ g)(x) = 2x^2 - 13 \quad (g \circ f)(x) = 4x^2 - 12x + 4 \quad b) (f \circ g)(x) = \frac{-1}{3x^2}$$

$$c) (g \circ f)(x) = 7x + 3 \quad d) (f \circ f)(x) = \frac{10x+9}{x+9}$$

45

$$a) (f^{-1})(x) = \frac{x-7}{2} \quad b) (f^{-1})(x) = \pm\sqrt{x^2-3} \quad c) (f^{-1})(x) = \frac{x+2}{3-x}$$

$$d) (f^{-1})(x) = \log_3\left(\frac{1-x}{5}\right) - 2 \quad e) (f^{-1})(x) = 2^{6-x} - 1$$