

1º BACHILLERATO. EXAMEN DE ÁLGEBRA

SOLUCIONES

1 Realiza y simplifica: $\left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}\right) \cdot \frac{2x^2}{x^3-x}$ **(1,5 puntos)** (Factoriza y simplifica antes de operar)

Solución: $\left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)}\right) \cdot \frac{2x^2}{x(x+1)(x-1)} = \left(\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} - \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)}\right) \cdot \frac{2x^2}{x(x+1)(x-1)} =$
 $= \left(\frac{x^2+2x+1 - (x^2-2x+1)}{(x+1)(x-1)}\right) \cdot \frac{2x^2}{x(x+1)(x-1)} = \left(\frac{4x}{(x+1)(x-1)}\right) \cdot \frac{2x^2}{x(x+1)(x-1)} = \frac{4x^2(x+1)(x-1)}{2x^2(x+1)(x-1)} = 2$

2 Resuelve las siguientes ecuaciones: a) $(x-2)^2(x-1) - (x+3)^2 = 5(2x-x^2-5)$ **(2,5 puntos)**

Solución: $(x^2-4x+4)(x-1) - (x^2+6x+9) = 10x-5x^2-25 \Rightarrow x^3-x^2-4x^2+4x+4x-4-x^2-6x-9 = 10x-5x^2-25$
 $x^3-x^2-4x^2+4x+4x-4-x^2-6x-9-10x+5x^2+25=0 \Rightarrow x^3-x^2-8x+12=0 \Rightarrow (x-2)(x^2+x-6)=0$

$$\begin{cases} x-2=0 \\ \text{ó} \\ x^2+x-6=0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x=2}, \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} \boxed{x=2} \\ \boxed{x=-3} \end{cases}$$

b) $1 + \sqrt{x^2+5} = x^2$ **(1 punto)**

Solución: $\sqrt{x^2+5} = x^2-1 \Rightarrow (\sqrt{x^2+5})^2 = (x^2-1)^2 \Rightarrow x^2+5 = x^4-2x^2+1 \Rightarrow$

$$0 = x^4 - 3x^2 - 4 \Rightarrow x^2 = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} x^2 = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} \rightarrow \boxed{x = \pm 2} \\ x^2 = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \end{cases}$$

c) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{1-2x} = \sqrt[3]{32}$ **(0,5 puntos)**

Solución: $\left(\frac{1}{2^{1/2}}\right)^{1-2x} = \sqrt[3]{2^5} \Rightarrow \left(2^{-1/2}\right)^{1-2x} = 2^{5/3} \Rightarrow 2^{-1+2x/2} = 2^{5/3} \Rightarrow \frac{-1+2x}{2} = \frac{5}{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 3(-1+2x) = 10 \Rightarrow -3+6x = 10 \Rightarrow 6x = 13 \Rightarrow \boxed{x = \frac{13}{6}}$$

3 Clasifica los siguientes sistemas de ecuaciones lineales según el número de soluciones e interprétalos geoméricamente. Después, resuelve por el método gráfico el sistema que sea compatible determinado.

a) $\begin{cases} -10x+5y = -5 \\ 6x-3y = 3 \end{cases}$ **Solución:** $\frac{-10}{6} = \frac{5}{-3} = \frac{-5}{3} \rightarrow$ S.C.I. (tiene infinitas soluciones); Interpretación geométrica: rectas coincidentes

b) $\begin{cases} x+2y = 2 \\ x+y = -1 \end{cases}$ **Solución:** $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-1} \rightarrow$ S.C.D. (tiene solución única); Interpretación geométrica: rectas secantes
Resolución gráfica: Se dibujan las rectas y se observa que se cortan en el punto $(-4, 3)$. La solución es $x = -4, y = 3$

(Clasificación: 0,2 puntos; Interpretación geométrica: 0,2 puntos; Resolución gráfica: 0,7 puntos)

4 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ x^2+3xy=0 \end{cases}$ **(1 punto)** **Solución:** $\begin{cases} 2x-y+1=0 \rightarrow y=2x+1 \\ x^2+3xy=0 \end{cases} \Rightarrow x^2+3x(2x+1)=0 \Rightarrow x^2+6x^2+3x=0$

$$\Rightarrow 7x^2+3x=0 \Rightarrow x(7x+3)=0 \begin{cases} x=0 \rightarrow y=2 \cdot 0+1=1 \text{ soluc: } \boxed{x=0, y=1} \\ 7x+3=0 \rightarrow x = \frac{-3}{7} \rightarrow y = 2 \cdot \frac{-3}{7} + 1 = \frac{1}{7} \text{ soluc: } \boxed{x = \frac{-3}{7}, y = \frac{1}{7}} \end{cases}$$

b) $\begin{cases} -x+y-z=0 \\ 2x+y+3z=9 \\ x+2y+2z=9 \end{cases}$ por el método de Gauss **(1,5 puntos)** **Solución:** **Tiene infinitas soluciones**

5 Plantea, **sin resolver**, un sistema de ecuaciones para el siguiente problema:

“Un taller de carpintería ha vendido 15 muebles, entre sillas, sillones y butacas, por un total de 1 600 €.

Se sabe que cobra 50 € por cada silla, 150 € por cada sillón y 200 € por cada butaca, y que el número de butacas es la cuarta parte del número que suman los demás muebles”

(0,9 puntos)

Solución: $\begin{cases} x = \text{nº de sillas} \\ y = \text{nº de sillones} \\ z = \text{nº de butacas} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z = 15 \\ 50x+150y+200z = 1600 \\ z = \frac{x+y}{4} \end{cases}$