

# Problemas Resueltos de ...

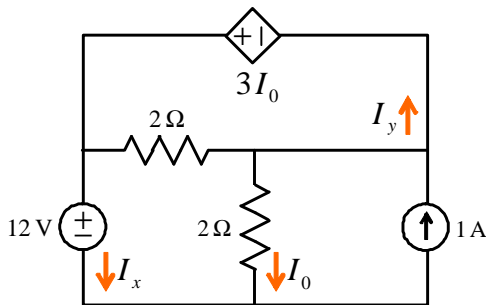
## Métodos de Análisis de Circuitos (Tema 2)

### ANÁLISIS DE CIRCUITOS

Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación (Universidad de Cantabria)

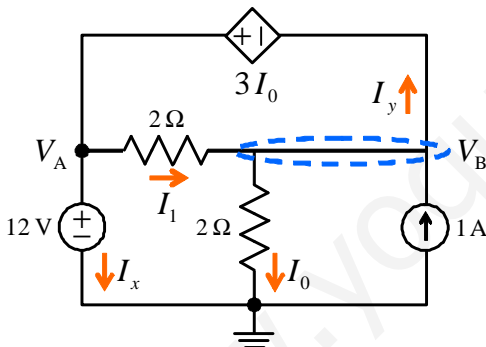
17 de febrero de 2011

1. Calcular las tensiones de nudo y las corrientes  $I_x$  e  $I_y$  del circuito de la figura.



**Solución:**

Según se ilustra en la figura, el circuito propuesto tiene 2 nudos más el nudo de referencia.



La tensión en el nudo A se obtiene simplemente por inspección

$$V_A = 12 \text{ V}$$

Para obtener la tensión en el nudo B nos fijamos en que los nudos A y B están unidos por una fuente de tensión, luego

$$V_A - V_B = 3I_0$$

Para determinar  $I_0$  basta con aplicar la ley de Ohm en la resistencia vertical de  $2 \Omega$ , esto es

$$I_0 = \frac{V_B}{2}$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación anterior se obtiene

$$V_A - V_B = \frac{3}{2}V_B \Rightarrow V_B = \frac{24}{5} \text{ V}$$

Para calcular las corrientes  $I_x$  e  $I_y$  comenzamos determinando las corrientes  $I_0$  e  $I_1$ . Posteriormente aplicaremos la KCL en cada uno de los nudos.

Según acabamos de obtener

$$I_0 = \frac{V_B}{2} = \frac{12}{5} \text{ A}$$

Para obtener  $I_1$  aplicamos la ley de Ohm en la resistencia horizontal de  $2 \Omega$ , esto es

$$I_1 = \frac{V_A - V_B}{2} = \frac{1}{2} \times \left( 12 - \frac{24}{5} \right) = \frac{18}{5} \text{ A}$$

La KCL en el nudo B establece:

$$1 + I_1 = I_0 + I_y$$

Despejando  $I_y$  y sustituyendo los valores de  $I_0$  e  $I_1$ , resulta

$$I_y = 1 + I_1 - I_0 \Rightarrow I_y = \frac{11}{5} \text{ A}$$

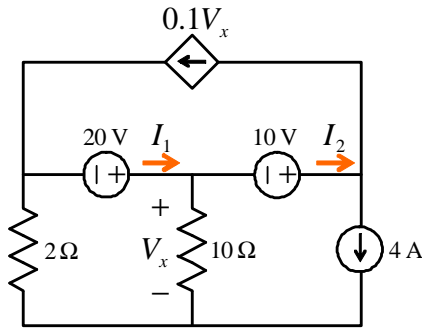
Análogamente, la KCL para el nudo A es:

$$I_y = I_1 + I_x,$$

de donde

$$I_x = I_y - I_1 \Rightarrow I_x = -\frac{7}{5} \text{ A}$$

2. Calcular las tensiones de nudo y las corrientes  $I_1$  e  $I_2$  del circuito de la figura aplicando análisis nodal.



$$I_2 = 5 \text{ A}$$

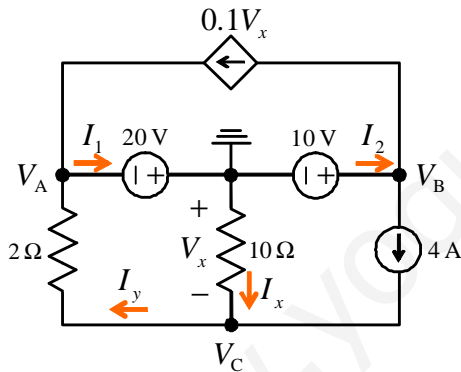
Para calcular  $I_1$  aplicamos la KCL en el nudo de referencia

$$I_1 = I_x + I_2 = \frac{-V_C}{10} + I_2 \Rightarrow I_1 = 6 \text{ A}$$

**Solución:**

El análisis nodal se basa en la ecuación de Kirchoff de los nudos (KCL) y emplea como variables de circuito las tensiones de nudo. La presencia de fuentes de tensión puede complicar el análisis de nudos. En estos casos, el análisis de nudos resulta más sencillo si las fuentes de tensión tienen alguno de sus terminales conectado al nudo de referencia del circuito (a la tierra).

En el circuito que plantea el enunciado tenemos dos fuentes de tensión que comparten un nudo común. En consecuencia, tomaremos dicho nudo como referencia. Además, tal como se ilustra en la figura, el circuito tiene otros tres nudos adicionales. Por tanto debemos calcular las tensiones de nudo  $V_A$ ,  $V_B$  y  $V_C$ . También hemos etiquetado, en el circuito, las corrientes de rama  $I_x$  e  $I_y$ .



El valor de  $V_A$  y  $V_B$  puede obtenerse simplemente por inspección:

$$V_A = -20 \text{ V} \quad \text{y} \quad V_B = 10 \text{ V}$$

Para calcular  $V_C$  aplicamos la KCL en el nudo C:

$$4 + I_x = I_y$$

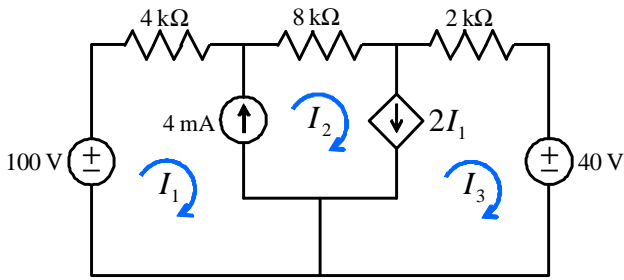
Empleando ahora la ley de Ohm para expresar las corrientes de rama en función de las tensiones de nudo y resolviendo para  $V_C$  se obtiene:

$$4 + \frac{0 - V_C}{10} = \frac{V_C + 20}{2} \Rightarrow V_C = -10 \text{ V}$$

Una vez obtenidas las tensiones de nudo, calcularemos las corrientes de rama  $I_1$  e  $I_2$ . Comenzamos aplicando la KCL en el nudo B:

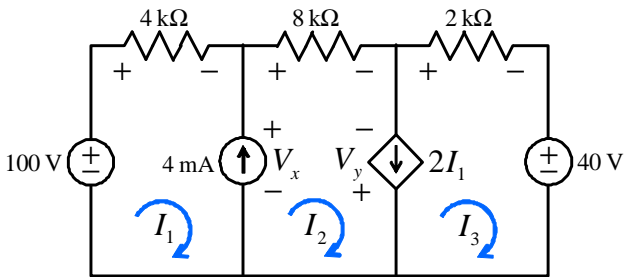
$$I_2 = 4 + 0,1V_x$$

3. Obtener mediante análisis de mallas las corrientes  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  del circuito de la figura. Calcular la tensión entre los terminales de la fuente de 4 mA.



**Solución:**

Se trata de un problema de análisis de mallas en un circuito con fuentes de corriente. Las dos fuentes de corriente están situadas en ramas compartidas por dos mallas. Por tanto, antes de aplicar el análisis de mallas asignamos a cada fuente una tensión. Además asignamos polaridad a las resistencias. El resultado se muestra en la figura.



Una vez realizado el preprocesado del problema, estamos en condiciones de plantear las ecuaciones de malla aplicando la KVL a cada malla:

$$\begin{aligned} \text{malla 1:} \quad & -100 + (4 \times 10^3) I_1 + V_x = 0 \\ \text{malla 2:} \quad & -V_x + (8 \times 10^3) I_2 - V_y = 0 \\ \text{malla 3:} \quad & +V_y + (2 \times 10^3) I_3 + 40 = 0 \end{aligned}$$

Además, debemos añadir las ecuaciones de fuente para cada una de las fuentes de corriente. Para ello, expresamos el valor de cada fuente en función de las corrientes de malla:

$$\begin{aligned} \text{fuente indep.:} \quad & I_2 - I_1 = 4 \times 10^{-3} \\ \text{fuente dep.:} \quad & I_2 - I_3 = 2I_1 \end{aligned}$$

En definitiva tenemos 5 ecuaciones con 5 incógnitas.

La estrategia para resolver estos problemas es comenzar eliminando las tensiones asignadas a las fuentes de corriente. Para ello sumamos las 3 ecuaciones de malla, resultando

$$2I_1 + 4I_2 + I_3 = 30 \times 10^{-3} \quad (1)$$

Esta ecuación junto a las ecuaciones para las fuentes de corriente forman un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

$$2I_1 + 4I_2 + I_3 = 30 \times 10^{-3} \quad (2a)$$

$$-I_1 + I_2 = 4 \times 10^{-3} \quad (2b)$$

$$2I_1 - I_2 + I_3 = 0 \quad (2c)$$

Para resolver este sistema despejamos  $I_1$  en (2b), esto es,  $I_1 = I_2 - 4 \times 10^{-3}$  y sustituimos el resultado en (2a) y (2c):

$$6I_2 + I_3 = 38 \times 10^{-3}$$

$$I_2 + I_3 = 8 \times 10^{-3}$$

Restando estas dos ecuaciones queda

$$5I_2 = 30 \times 10^{-3} \Rightarrow I_2 = 6 \text{ mA}$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación anterior resulta

$$6 \times 10^{-3} + I_3 = 8 \times 10^{-3} \Rightarrow I_3 = 2 \text{ mA}$$

Para calcular  $I_3$  sustituimos en (2b) el resultado obtenido para  $I_2$ :

$$-I_1 + 6 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \Rightarrow I_1 = 2 \text{ mA}$$

Finalmente, sustituimos este resultado en la ecuación de la malla 1, obteniendo

$$-100 + (4 \times 10^3) \times (2 \times 10^{-3}) + V_x = 0 \Rightarrow V_x = 92 \text{ V}$$