

# EXAMEN DE ÁLGEBRA Y ECUACIONES

ALUMNO/A:

---

**PREGUNTA 1.-** Expresa la división  $(6x^3 + 5x^2 - 9x):(3x-2)$  de la forma:

$$\frac{D(x)}{d(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{d(x)}$$

**PREGUNTA 2.-** Utilizando la Regla de Ruffini calcula  $P(3)$  y  $Q(-5)$ , siendo:

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x + 3 \quad \text{y} \quad Q(x) = x^4 - 3x^2 + 7$$

**PREGUNTA 3.-** Calcula  $m$  para que el polinomio  $P(x) = x^3 - mx^2 + 5x - 2$  sea divisible por  $x+1$ .

**PREGUNTA 4.-** Simplifica al máximo las siguientes fracciones algebraicas:

a)  $\frac{x^2 + 25 - 10x}{x^2 - 25}$       b)  $\frac{x - 2}{x^2 + x - 6}$

**PREGUNTA 5.-** Opera y simplifica:

a)  $\left[ \left( x + \frac{1}{x} \right) : \left( x - \frac{1}{x} \right) \right] \cdot (x - 1)$       b)  $\frac{x^2}{x^2 - 2x + 1} + \frac{2x + 3}{x - 1} - 3$

**PREGUNTA 6.-** Resuelve:

a)  $\frac{x + 3}{5} - \frac{(x - 1)^2}{4} = -\frac{1}{4}x^2 - \left( \frac{x}{2} + 2 \right)$       b)  $\frac{x^2 + 2}{3} - \frac{x^2 + 1}{4} = 1 - \frac{x + 7}{12}$

c)  $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

d)  $\sqrt{3x + 4} = 4 - 2x$

e)  $\frac{x + 4}{8} \leq \frac{x - 4}{4} + 1$

f)  $\frac{x^2 - 9}{5} - \frac{(x + 2)(x - 2)}{15} < \frac{1 - 2x}{3}$

Calificaciones:

PREGUNTA	PUNTUACIÓN
1	0,5 p
2	1 p
3	1 p
4	a) 0,5 p ; b) 0,5 p
5	a) 0,75 p ; b) 0,75 p
6	a) 0,75 p ; b) 0,75 p ; c) 0,75 p ; d) 1 p ; e) 0,75 p ; f) 1 p

Sólo se valorarán aquellas respuestas que estén debidamente justificadas.

PREGUNTA 1:

$$D(x) = 6x^3 + 5x^2 - 9x$$

$$d(x) = 3x - 2$$

¿C(x), R(x)?

$$\begin{array}{r}
 6x^3 + 5x^2 - 9x \\
 \underline{-6x^3 + 4x^2} \\
 9x^2 - 9x \\
 \underline{-9x^2 + 6x} \\
 -3x \\
 \underline{+3x - 2} \\
 -2 \leftarrow R
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \underline{3x - 2} \\
 2x^2 + 3x - 1 \\
 \hline
 C(x)
 \end{array}$$

Luego:

$$\frac{6x^3 + 5x^2 - 9x}{3x - 2} = 2x^2 + 3x - 1 - \frac{2}{3x - 2}$$

PREGUNTA 2: En virtud del TEOREMA DEL RESTO, el valor numérico de un polinomio  $P(x)$ , para  $x=a$ , coincide con el resto de la división  $P(x) : (x-a)$ . Por lo tanto:

- $P(3) = R_1$ , donde  $R_1$  es el resto de dividir  $P(x) : (x-3)$
- $Q(-5) = R_2$ , donde  $R_2$  es el resto de dividir  $Q(x) : (x+5)$

$$P(x) : (x-3)$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 2 & -5 & 7 & 3 \\
 3 & & 6 & 3 & 30 \\
 \hline
 & 2 & 1 & 10 & 33
 \end{array}$$

↓  
 $P(3) = 33$

$$Q(x) : (x+5)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & 0 & -3 & 0 & 7 \\
 -5 & & -5 & 25 & -110 & 550 \\
 \hline
 & 1 & -5 & 22 & -110 & 557
 \end{array}$$

↓  
 $Q(-5) = 557$

PREGUNTA 3: Dos modos de resolverlo:

A)  $P(-1) = 0 \Leftrightarrow (-1)^3 - m(-1)^2 + 5(-1) - 2 = 0$  ;  $-1 - m - 5 - 7 = 0 \Rightarrow m = 8$

B)  $P(-1) = 0$ : Aplicando el TEOREMA DEL RESTO, imponemos que  $R=0$  en la división  $P(x) : (x+1)$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 1 & -m & 5 & -2 \\
 & & -1 & m+1 & -m-6 \\
 \hline
 & 1 & -m-1 & m+6 & -m-8
 \end{array}
 \qquad
 R = -m - 8 = 0 \Leftrightarrow m = 8$$

PREGUNTA 4:

$$a) \frac{x^2+25-10x}{x^2-25} = \frac{(x-5)^2}{(x+5)(x-5)} = \frac{x-5}{x+5}$$

$$b) \frac{x-2}{x^2+x-6} = \frac{(x-2)}{(x-2)(x+3)} = \frac{1}{x+3}$$

↓

Raíces del denominador:  $x^2+x-6=0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4(-6)}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = 2; -3$

PREGUNTA 5:

$$a) \left[ \left( x + \frac{1}{x} \right) : \left( x - \frac{1}{x} \right) \right] \cdot (x-1) = \left[ \frac{x^2+1}{x} : \frac{x^2-1}{x} \right] \cdot (x-1) =$$
$$= \frac{(x^2+1) \cdot \cancel{x}}{(x+1)(x-1) \cdot \cancel{x}} \cdot (x-1) = \frac{x^2+1}{x+1}$$

$$b) \frac{x^2}{x^2-2x+1} + \frac{2x+3}{x-1} - 3 = \frac{x^2}{(x-1)^2} + \frac{2x+3}{x-1} - 3 = \frac{x^2 + (2x+3)(x-1) - 3(x-1)^2}{(x-1)^2} =$$
$$= \frac{x^2 + 2x^2 - 2x + 3x - 3 - 3(x^2 + 1 - 2x)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 + 2x^2 - 2x + 3x - 3 - 3x^2 - 3 + 6x}{(x-1)^2} = \frac{7x-6}{(x-1)^2}$$

PREGUNTA 6:

$$a) \frac{x+3}{5} - \frac{(x-1)^2}{4} = -\frac{1}{4}x^2 - \left( \frac{x}{2} + 2 \right); \quad \frac{x+3}{5} - \frac{x^2+1-2x}{4} = -\frac{x^2}{4} - \frac{x}{2} - 2;$$

$$\frac{4x+12}{20} - \frac{5x^2+5-10x}{20} = -\frac{5x^2}{20} - \frac{10x}{20} - \frac{40}{20}; \quad 4x+12-5x^2-5+10x = -5x^2-10x-40;$$

$$4x+10x+10x = -12+5-40; \quad 24x = -47 \Rightarrow x = -\frac{47}{24}$$

$$b) \frac{x^2+2}{3} - \frac{x^2+1}{4} = 1 - \frac{x+7}{12}; \quad \frac{4x^2+8}{12} - \frac{3x^2+3}{12} = \frac{12}{12} - \frac{x+7}{12};$$

$$4x^2+8-3x^2-3-12+x+7=0; \quad x^2+x=0; \quad x(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$c) x^4 - 5x^2 - 36 = 0 \xrightarrow{z=x^2} z^2 - 5z - 36 = 0 \Leftrightarrow z_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4(-36)}}{2} = \frac{5 \pm 13}{2} = 9; -4$$

(BICUADRADA)

\* Si  $z=9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

\* Si  $z=-4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$

$$d) \sqrt{3x+4} = 4-2x; (\sqrt{3x+4})^2 = (4-2x)^2; 3x+4 = 16+4x^2-16x; 4x^2-19x+12=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{19 \pm \sqrt{361-192}}{8} = \frac{19 \pm \sqrt{169}}{8} = \frac{19 \pm 13}{8} = 4; \frac{3}{4}$$

Comprobación:

\* Si  $x=4$ :  $\sqrt{12+4} \neq 4-8$ :  $x=4$  es una solución falsa introducida al elevar la ecuación al cuadrado.

\* Si  $x=\frac{3}{4}$ :  $\sqrt{\frac{9}{4}+4} = 4-\frac{6}{4}$ ;  $\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$ ;  $\frac{5}{2} = \frac{10}{4}$  ✓

$$e) \frac{x+4}{8} \leq \frac{x-4}{4} + 1; \frac{x+4}{8} \leq \frac{2(x-4)}{8} + \frac{8}{8}; x+4 \leq 2x - \cancel{8} + \cancel{8};$$

$$x-2x \leq -4; -x \leq -4 \Leftrightarrow x \geq 4$$



$$f) \frac{x^2-9}{5} - \frac{(x+2)(x-2)}{15} < \frac{1-2x}{3}; \frac{3(x^2-9)}{15} - \frac{(x+2)(x-2)}{15} < \frac{5-10x}{15};$$

$$3x^2-27-x^2+4 < 5-10x; 2x^2+10x-28 < 0; x^2+5x-14 < 0;$$

(Factorizamos:  $x^2+5x-14=0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-4(-14)}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2} = 2; -7$ )

$$(x-2)(x+7) < 0 \Leftrightarrow x \in (-7, 2)$$

