

EXAMEN ECUACIONES INECUACIONES Y SISTEMAS

PREGUNTA 1. Resuelve: $\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - 2 = \sqrt{x} \Rightarrow x - 2 = \sqrt{x} \Rightarrow (x-2)^2 = x \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = x \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$

$x=4: \sqrt{4} - \frac{2}{\sqrt{4}} = 1 \checkmark$

(1 punto)

$x=1: \sqrt{1} - \frac{2}{\sqrt{1}} \neq 1 \Rightarrow \text{NO ES SOLUCIÓN}$

PREGUNTA 2. Resuelve: $\frac{4x+2}{x^2+2x+1} + \frac{3}{2} = \frac{x+5}{x+1} \Rightarrow \frac{2(2x+1)}{(x+1)^2} + \frac{3}{2} = \frac{x+5}{x+1} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{4(2x+1)}{2(x+1)^2} + \frac{3(x+1)^2}{2(x+1)^2} = \frac{2(x+5) \cdot (x+1)}{2(x+1)^2} \Rightarrow 8x+4+3x^2+6x+3 = 2x^2+12x+10 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+2x-3=0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 1 \\ -3 \end{cases}$

$x=1: \frac{6}{4} + \frac{3}{2} = \frac{6}{2} \checkmark$

$x=-3: \frac{-10}{4} + \frac{3}{2} = \frac{2}{-2} \Rightarrow \text{NO ES SOLUCIÓN}$

(1,25 puntos)

PREGUNTA 3. Resuelve: $\log(x-1) + \log(x+1) = 3\log 2 + \log(x-2) \Rightarrow \log[(x-1) \cdot (x+1)] = \log[2^3 \cdot (x-2)] \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 8(x-2) \Rightarrow x^2-1 = 8x-16 \Rightarrow x^2-8x+15=0 \Rightarrow x = \frac{8 \pm 2}{2} = \begin{cases} 5 \\ 3 \end{cases}$

$x=5: \log 4 + \log 6 = 3\log 2 + \log 3 \checkmark$

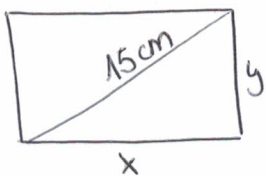
$x=3: \log 2 + \log 4 = 3\log 2 + \log 1 \checkmark$

(1 punto)

PREGUNTA 4. Resuelve: $3^{2x-7} \cdot 27 = 3^{5x} \Rightarrow 3^{2x-7} \cdot 3^3 = 3^{5x} \Rightarrow 3^{2x-4} = 3^{5x} \Leftrightarrow 2x-4=5x \Rightarrow$
 $\Rightarrow -3x=4 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$

(1 punto)

PREGUNTA 5. Calcula las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su diagonal mide 15 cm, y su perímetro 42 cm.



$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 15^2 \\ 2(x+y) = 42 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 225 \\ x + y = 21 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = 21 - x \\ x^2 + (21-x)^2 = 225 \Rightarrow \end{array}$$

$$\Rightarrow x^2 + 441 - 42x + x^2 = 225 \Rightarrow 2x^2 - 42x + 216 = 0 \Rightarrow$$

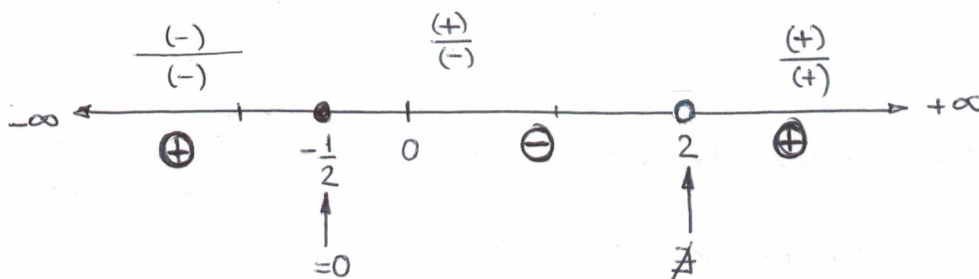
$$\Rightarrow x^2 - 21x + 108 = 0 \Rightarrow x = \frac{21 \pm 3}{2} = \begin{cases} 12 \Rightarrow y = 21 - 12 = 9 \text{ cm} \\ 9 \Rightarrow y = 21 - 9 = 12 \text{ cm} \end{cases}$$

Rectángulo de 9×12 cm

(1,5 puntos)

PREGUNTA 6. Resuelve: $\frac{x}{x-2} \geq \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{x}{x-2} - \frac{1}{5} \geq 0 \Rightarrow \frac{5x - (x-2)}{5(x-2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{4x+2}{5(x-2)} \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{4(x+\frac{1}{2})}{5(x-2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{x+\frac{1}{2}}{x-2} \geq 0$$



$$x \in (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup (2, \infty)$$

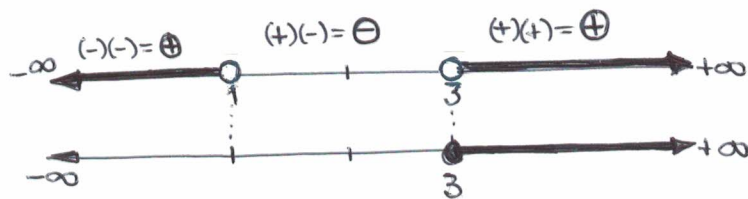
(1,25 puntos)

PREGUNTA 7. Resuelve: $\begin{cases} 2x^2 - 8x + 6 > 0 \\ 4x - 2 \geq 3x + 1 \end{cases}$

• $2x^2 - 8x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases}$

• $4x - 2 \geq 3x + 1 \Rightarrow x \geq 3$

$\begin{cases} 2x^2 - 8x + 6 > 0 \\ 4x - 2 \geq 3x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(x-1)(x-3) > 0 \\ x \geq 3 \end{cases}$



$x \in (3, \infty)$

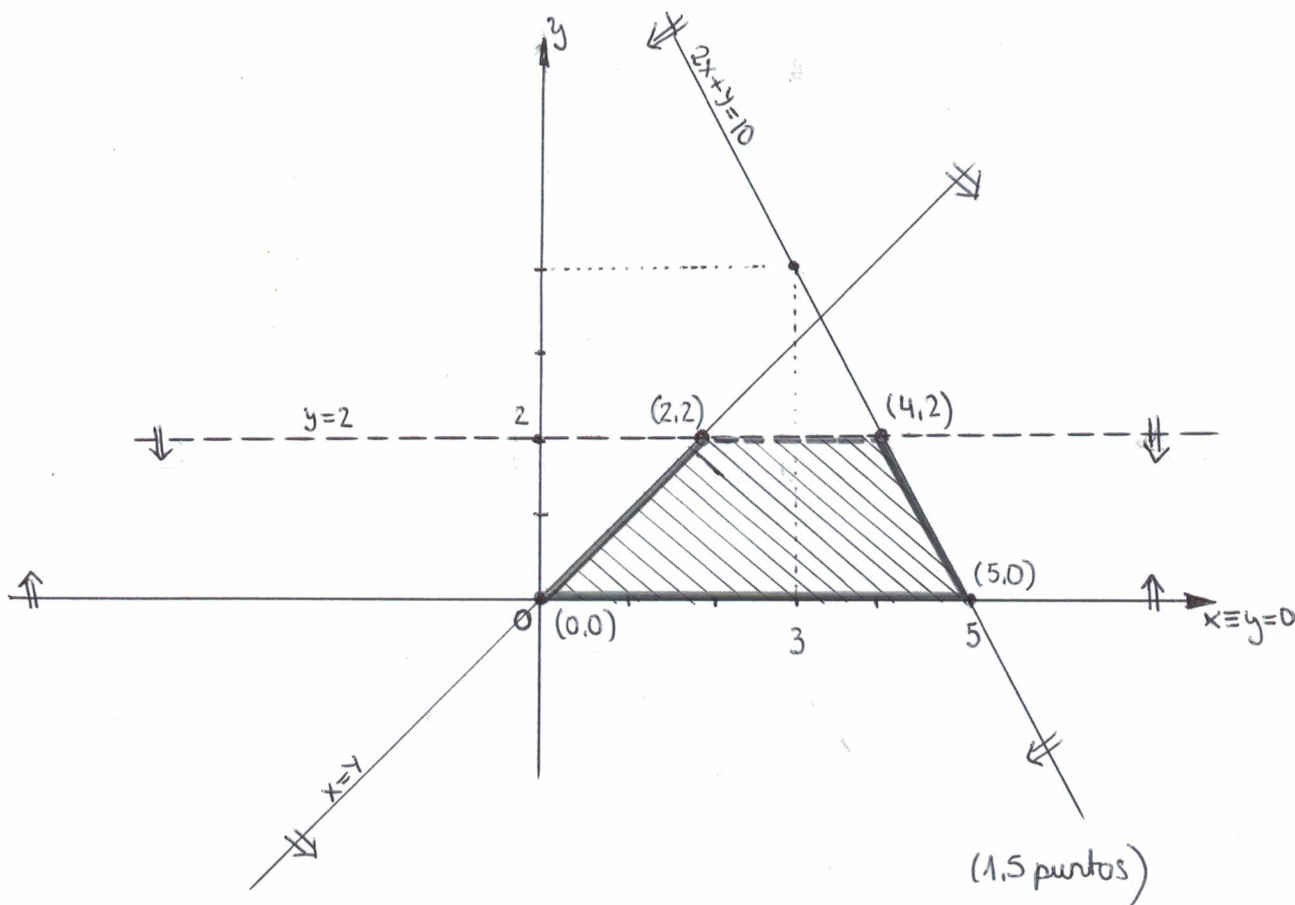
(1,5 puntos)

PREGUNTA 8. Halla la región solución, incluyendo las coordenadas de los vértices de:

$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ y - 2 < 0 \\ 2x + y \leq 10 \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq y \\ y < 2 \\ 2x + y \leq 10 \\ y \geq 0 \end{cases}$

$2x + y = 10 \Rightarrow \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 3 & 4 \\ 5 & 0 \end{array}$

VÉRTEICE:
 $2x + 2 = 10 \Rightarrow x = 4$



(1,5 puntos)