

Inversa de una función

Una función $f(x)$ admite inversa, que llamaremos $f^{-1}(x)$, si satisface la relación:

$$(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$$

Ejemplo

Obtener la función inversa de $f(x) = 2x - 3$.

Asumimos que existe ña inversa. Para obtenerla damos los siguientes pasos:

Hacemos el cambio de notación $f(x) = y \rightarrow y = 2x - 3$

Despejamos la variable $x \rightarrow x = \frac{y+3}{2}$.

Intercambiamos la notación de las variables $\rightarrow y = \frac{x+3}{2}$.

La función inversa resulta $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$. Comprobamos que cumple las siguientes condiciones:

$$(f \circ f^{-1})(x) = x \rightarrow f\left(\frac{x+3}{2}\right) = 2 \cdot \frac{x+3}{2} - 3 = x + 3 - 3 = x$$

$$(f^{-1} \circ f)(x) = x \rightarrow f^{-1}(2x - 3) = \frac{(2x - 3) + 3}{2} = \frac{2x}{2} = x$$

Función $f(x) = 2x - 3$ y su inversa $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$ simétricas respecto a $y = x$

