

## Monomios

### 1. Sumar monomios semejantes:

a)  $3x^2 + 4x^2 - 5x^2 =$

b)  $6x^3 - 2x^3 + 3x^3 =$

c)  $x^5 + 4x^5 - 7x^5 =$

d)  $-2x^4 + 6x^4 + 3x^4 - 5x^4 =$

e)  $7x + 9x - 8x + x =$

f)  $2y^2 + 5y^2 - 3y^2 =$

g)  $3x^2y - 6x^2y + 5x^2y =$

h)  $4xy^2 - xy^2 - 7xy^2 =$

r)  $x^2y^2 - 5x^2y^2 - (3x^2y^2 - 4x^2y^2) - 8x^2y^2 =$

s)  $x^2 + \frac{x^2}{3} =$

t)  $x^2 + x^2 =$

u)  $\frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^3 =$

v)  $-(ab^3 + a^3b) - 3a^3b + 5ab^3 - (a^3b - 2ab^3) =$

w)  $7x^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x^2 + 2x^2 + \frac{3}{2}x^2 =$

x)  $-x + x^2 + x^3 + 3x^2 - 2x^3 + 2x + 3x^3 =$

y)  $2a^2b + 5a^2b - \frac{2}{3}a^2b - a^2b + \frac{a^2b}{2} =$

z)  $-x^3 + \frac{5x^3}{4} - \frac{2x^3}{3} + 3x^3 + \frac{x^3}{2} =$

α)  $7x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x^3 + 2x^2 + \frac{3}{2}x^3 =$

i)  $2a^6 - 3a^6 - 2a^6 + a^6 =$

j)  $ab^3 + 3ab^3 - 5ab^3 + 6ab^3 - 4ab^3 =$

k)  $7xy^2z - 2xy^2z + xy^2z - 6xy^2z =$

l)  $-x^3 + 5x - 2x + 3x^3 + x + 2x^3 =$

m)  $x^4 + x^2 - 3x^2 + 2x^4 - 5x^4 + 8x^2 =$

n)  $3a^2b - 5ab^2 + a^2b + ab^2 =$

o)  $\frac{7}{3}x^2 + \frac{4}{3}x^2 =$

p)  $12x^5 - x^5 - 4x^5 - 2x^5 - 3x^5 =$

q)  $\frac{7}{4}x^5 + \frac{1}{4}x^5 =$

(Sol:  $-11x^2y^2$ )

(Sol:  $6ab^3 - 5a^3b$ )

(Sol:  $15x^2/2$ )

(Sol:  $35a^2b/6$ )

(Sol:  $37x^3/12$ )

(Sol:  $6x^3 + 3x^2/2$ )

### 2. Efectuar los siguientes productos y cocientes de monomios:

a)  $3x^2 \cdot 4x^3 =$

b)  $2x^3 \cdot 4x^3 \cdot 3x^3 =$

c)  $x^3 \cdot x^3 =$

d)  $-2x^4 \cdot 3x^3 =$

e)  $7x \cdot (-8x^2) =$

f)  $(-3y^2) \cdot (-2y^3) =$

g)  $3x^2y \cdot 6xy^3 =$

h)  $\frac{3}{4}x^2 \cdot \frac{5}{2}x^3 =$

i)  $4a^3b^2 \cdot a^2b \cdot 7ab =$

j)  $-\frac{1}{2}a^3 \cdot \frac{5}{3}a^4 =$

k)  $2a^6 \cdot 3a^6 \cdot 2a^6 =$

l)  $\frac{2}{5}x^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}x\right) =$

m)  $ab^3 \cdot (-3a^2b) \cdot 5a^3b =$

n)  $x^2 \cdot \frac{1}{3}x^5 =$

o)  $-ab^2c^3 \cdot (-3a^2bc) \cdot 3abc =$

p)  $(6x^4) : (2x^2) =$

x)  $2x^4 \cdot 6x^3 : (4x^2) =$  (Sol:  $3x^5$ )

y)  $\frac{3a^5b \cdot (-12a^4b^2)}{4a^3b^2} =$  (Sol:  $-9a^6b$ )

z)  $27x^4 : (-9x^3) \cdot (-2x^2) =$  (Sol:  $6x^3$ )

α)  $(2x)^2 =$

**3. Efectuar las siguientes operaciones combinadas con monomios:**

a)  $15x^5 - 3x^3 \cdot 4x^2 =$  (Sol:  $3x^5$ )

b)  $2x^3 + 4x^3 \cdot 5x - 2x \cdot (-x^2) =$  (Sol:  $20x^4 + 4x^3$ )

c)  $3a \cdot ab - 2a^2 \cdot (-4b) - 8 \cdot (2a^2b) =$  (Sol:  $-5a^2b$ )

d)  $3x^2 + 4x^2 - 2x^2 \cdot (-3x) - [(4x^3 + x^2 - 2x \cdot (x^2))] =$  (Sol:  $4x^3 + 6x^2$ )

e)  $-3xy^2 - (-4x \cdot 7y^2) + [8x^2y^3 : (2xy)] =$  (Sol:  $29xy^2$ )

f)  $(-y^2) \cdot (-2y^2) - 5y \cdot (-2y^3) + 3y^3 \cdot (-4y) =$  (Sol: 0)

g)  $(3x^3 \cdot 6x - 2x^2 \cdot x^2) : (4x^2 \cdot 3x^2 - 8x \cdot x^3) =$  (Sol: 4)

h)  $3x^5 - \frac{4}{3}x^2 \cdot \frac{3}{2}x^3 =$  (Sol:  $x^5$ )

i)  $4a^2b \cdot (-ab^2) \cdot 5ab - 8a^4b^4 =$  (Sol:  $-28a^4b^4$ )

j)  $a^5 + \frac{5}{6}a^3 \cdot \frac{3}{5}a^2 =$  (Sol:  $3a^5/2$ )

k)  $5x^6 - 2x^6 \cdot 3x^6 : (-2x^6) =$  (Sol:  $8x^6$ )

l)  $\left(-\frac{7}{3}x^3\right) \cdot \left(-\frac{4}{7}x\right) + \frac{2}{3}x^4 =$  (Sol:  $2x^4$ )

m)  $2ab \cdot (-a^3b) + [ab^2 \cdot (-3a^2b)] - 5a^3b \cdot ab + ab \cdot a^2b^2 =$  (Sol:  $-7a^4b^2 - 2a^3b^3$ )

n)  $2x^2 \cdot \frac{1}{3}x^3 + \frac{21x^7}{3x^2} =$  (Sol:  $23x^5/3$ )

## Valor numérico de un polinomio. Sumas y restas de polinomios.

**1.** Hallar el **valor numérico** de cada polinomio para el valor indicado de la indeterminada:

a)  $P(x) = x^2 + x + 1$ , para  $x = 2$  (Sol: 7)

b)  $P(x) = x^2 + x + 1$ , para  $x = -2$  (Sol: 3)

c)  $P(x) = 2x^2 - x + 2$ , para  $x = 3$  (Sol: 17)

d)  $P(x) = 2x^2 - x + 2$ , para  $x = -2$  (Sol: 12)

e)  $P(x) = -x^2 - 3x + 4$ , para  $x = 4$  (Sol: -24)

f)  $P(x) = -x^2 + 3x + 4$ , para  $x = -1$  (Sol: 0)

g)  $P(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ , para  $x = 0$  (Sol: 1)

h)  $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 3$ , para  $x = -3$  (Sol: -63)

i)  $P(x) = x^4 - 4x^2 - 1$ , para  $x = 2$  (Sol: -1)

j)  $P(x) = -x^3 - 3x^2 - x + 2$ , para  $x = -4$  (Sol: 22)

k)  $P(x) = x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{x}{4} + 10$ , para  $x = -2$  (Sol: -1/6)

l)  $P(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{5}{2}x - 1$ , para  $x = 5$  (Sol: 619/6)

**2. a)** Dado  $P(x) = x^2 + 2x + k$ , hallar el valor de **k** para que  $P(2)=6$  (Sol:  $k=-2$ )

b) Dado  $P(x) = x^2 - kx + 2$ , hallar el valor de **k** para que  $P(-2)=8$  (Sol:  $k=1$ )

c) Dado  $P(x) = kx^3 - x^2 + 5$ , hallar el valor de **k** para que  $P(-1)=1$  (Sol:  $k=3$ )

**3.** Dados los siguientes polinomios:  $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 2$

$$Q(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 + 4$$

$$R(x) = 3x^2 - 5x + 5$$

$$S(x) = 3x - 2$$

Hallar:

a)  $P(x) + Q(x) =$  (Sol:  $x^4 + x^3 + 4x + 2$ )

b)  $P(x) + R(x) =$  (Sol:  $2x^3 - x + 3$ )

c)  $P(x) + S(x) =$  (Sol:  $2x^3 - 3x^2 + 7x - 4$ )

d)  $S(x) + P(x) =$  (Sol: ídem)

e)  $P(x) + P(x) =$  (Sol:  $4x^3 - 6x^2 + 8x - 4$ )

f)  $Q(x) - S(x) =$  (Sol:  $x^4 - x^3 + 3x^2 - 3x + 6$ )

g)  $Q(x) + R(x) =$  (Sol:  $x^4 - x^3 + 6x^2 - 5x + 9$ )

h)  $P(x) - R(x) =$  (Sol:  $2x^3 - 6x^2 + 9x - 7$ )

i)  $Q(x) + S(x) =$  (Sol:  $x^4 - x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ )

j)  $P(x) - S(x) =$  (Sol:  $2x^3 - 3x^2 + x$ )

k)  $S(x) - P(x) =$  (Sol:  $-2x^3 + 3x^2 - x$ )

l)  $P(x) - P(x) =$  (Sol: 0)

m)  $R(x) - S(x) =$  (Sol:  $3x^2 - 8x + 7$ )

n)  $P(x) - Q(x) + R(x) =$  (Sol:  $-x^4 + 3x^3 - 3x^2 - x - 1$ )

o)  $Q(x) - [R(x) + S(x)] =$  (Sol:  $x^4 - x^3 + 2x + 1$ )

p)  $S(x) - [R(x) - Q(x)] =$  (Sol:  $x^4 - x^3 + 8x - 3$ )

## Productos de polinomios. Operaciones combinadas.

1. Efectuar los siguientes **productos** en los que intervienen **monomios**, dando el resultado simplificado:

a)  $(-2x^3) \cdot \left(\frac{4}{5}x^2\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x\right) =$  (Soluc:  $-\frac{4}{5}x^6$ )

b)  $\left(-\frac{5}{7}x^7\right) \cdot \left(\frac{3}{5}x^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}x\right) =$  (Soluc:  $\frac{4}{7}x^{10}$ )

c)  $5x^3 \cdot 3x^2y \cdot (-4xz^3) =$  (Soluc:  $-60x^6yz^3$ )

d)  $-3ab^2 \cdot 2ab \cdot \left(-\frac{2}{3}a^2b\right) =$  (Soluc:  $4a^4b^4$ )

e)  $2x^2 \cdot (3x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 5) =$  (Soluc:  $6x^6 - 4x^5 + 4x^4 + 10x^2$ )

f)  $(-2x^5 + 3x^3 - 2x^2 - 7x + 1) \cdot (-3x^3) =$  (Soluc:  $6x^8 - 9x^6 + 6x^5 + 21x^4 - 3x^3$ )

g)  $4a^3 \cdot (-a^3 + 3a^2 - a + 1) =$  (Soluc:  $-4a^6 + 12a^5 - 4a^4 + 4a^3$ )

h)  $(-y^4 + 2y^3 - 3y^2 + 2) \cdot (-2y^2) =$  (Soluc:  $2y^6 - 4y^5 + 6y^4 - 4y^2$ )

i)  $12x^2 \cdot \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{5}{4}\right) =$  (Soluc:  $8x^5 - 18x^4 + \frac{48}{5}x^3 - 15x^2$ )

j)  $\left(\frac{1}{2}ab^3 - a^2 + \frac{4}{3}a^2b + 2ab\right) \cdot 6a^2b =$  (Soluc:  $3a^3b^4 - 6a^4b + 8a^4b^2 + 12a^3b^2$ )

2. Dados los siguientes polinomios:  $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 2$

$$Q(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 + 4$$

$$R(x) = 3x^2 - 5x + 5$$

$$S(x) = 3x - 2$$

Hallar los siguientes **productos**:

a)  $P(x) \cdot R(x) =$  (Sol:  $6x^5 - 19x^4 + 37x^3 - 41x^2 + 30x - 10$ )

b)  $P(x) \cdot S(x) =$  (Sol:  $6x^4 - 13x^3 + 18x^2 - 14x + 4$ )

c)  $S(x) \cdot P(x) =$  (Sol: *Ídem*)

d)  $P(x) \cdot P(x) =$  (Sol:  $4x^6 - 12x^5 + 25x^4 - 32x^3 + 28x^2 - 16x + 4$ )

e)  $Q(x) \cdot S(x) =$  (Sol:  $3x^5 - 5x^4 + 11x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ )

f)  $[Q(x)]^2 =$  (Sol:  $x^8 - 2x^7 + 7x^6 - 6x^5 + 9x^4 - 8x^3 + 24x^2 + 16$ )

g)  $R(x) \cdot S(x) =$  (Sol:  $9x^3 - 21x^2 + 25x - 10$ )

h)  $[R(x)]^2 =$  (Sol:  $9x^4 - 30x^3 + 55x^2 - 50x + 25$ )

i)  $P(x) \cdot Q(x) =$

**3.** Realizar las siguientes **operaciones combinadas** de polinomios:

a)  $(x^3 + 2) \cdot [(4x^2 + 2) - (2x^2 + x + 1)] =$  (Sol:  $2x^5 - x^4 + x^3 + 4x^2 - 2x + 2$ )

b)  $(x^3 + 2) \cdot (4x^2 + 2) - (2x^2 + x + 1) =$  (Sol:  $4x^5 + 2x^3 + 6x^2 - x + 3$ )

c)  $(2x^2 + x - 2)(x^2 - 3x + 2) - (5x^3 - 3x^2 + 4) =$  (Sol:  $2x^4 - 10x^3 + 2x^2 + 8x - 8$ )

d)  $(x^2 - 3x + 2) \cdot [(5x^3 - 3x^2 + 4) - (2x^2 + x - 2)] =$  (Sol:  $5x^5 - 20x^4 + 24x^3 - x^2 - 20x + 12$ )

e)  $2x^2 + x - 2 - (x^2 - 3x + 2) \cdot (5x^3 - 3x^2 + 4) =$  (Sol:  $-5x^5 + 18x^4 - 19x^3 + 4x^2 + 13x - 10$ )

**4.** Dados los polinomios del ejercicio 2, hallar las siguientes **operaciones combinadas**:

a)  $[P(x) + Q(x)] \cdot R(x) =$  (Sol:  $3x^6 - 2x^5 + 17x^3 - 14x^2 + 10x + 10$ )

b)  $[Q(x) - R(x)] \cdot S(x) =$  (Sol:  $3x^5 - 5x^4 + 2x^3 + 15x^2 - 13x + 2$ )

c)  $[P(x) + Q(x) - S(x)] \cdot R(x) =$  (Sol:  $3x^6 - 2x^5 + 8x^3 + 7x^2 - 15x + 20$ )

d)  $[P(x) - Q(x)] \cdot [R(x) + S(x)] =$  (Sol:  $-3x^6 + 11x^5 - 27x^4 + 33x^3 - 44x^2 + 24x - 18$ )

e)  $P(x) + 2Q(x) =$  (Sol:  $2x^4 + 3x^2 + 4x + 6$ )

f)  $P(x) - 3[Q(x) + R(x)] =$  (Sol:  $-3x^4 + 5x^3 - 21x^2 + 19x - 29$ )

g)  $P(x) - 2Q(x) + 3R(x) =$  (Sol:  $-2x^4 + 4x^3 - 11x + 5$ )

h)  $2P(x) \cdot Q(x) - R(x) =$  (Sol:  $4x^7 - 10x^6 + 26x^5 - 30x^4 + 44x^3 - 39x^2 + 37x - 21$ )

i)  $Q(x) \cdot [2R(x) - 3S(x)] =$  (Sol:  $6x^6 - 25x^5 + 53x^4 - 73x^3 + 72x^2 - 76x + 64$ )

j)  $-[Q(x) + 2R(x)] \cdot S(x) =$  (Sol:  $-3x^5 + 5x^4 - 29x^3 + 48x^2 - 62x + 28$ )

## Cocientes de polinomios. Regla de Ruffini. Extraer factor común.

1. Efectuar los siguientes **cocientes** en los que intervienen **monomios**, simplificar, y comprobar el resultado:

a)  $\frac{4x^3}{2x^2} =$

b)  $8x^4 : (-2x^2) =$

c)  $\frac{7x^5}{2x^3} =$

d)  $-8x^3 : (2x^2) =$

i)  $(-18x^3yz^3) : (6xyz^3) =$

j)  $[-3a \cdot (a^3b) + 5a^4b] : (-ab) =$

k)  $\frac{-3xy^2 \cdot (-2x^3y)}{4x^2y} =$

e)  $\frac{-3x^7}{-9x^4} =$

f)  $\frac{-3x^4 + 6x^3 - 12x^2}{3x^2} =$

g)  $(8x^8 - 6x^4 - 4x^3) : (-4x^3) =$

h)  $\frac{-12x^9 + 2x^5 - x^4}{4x^4} =$

(Sol:  $-2a^3$ )

(Sol:  $3x^2y^2/2$ )

2. Efectuar (en el cuaderno) las siguientes **divisiones de polinomios**, y comprobar mediante la regla  $D=d \cdot C+R$ :

a)  $x^4 - x^3 + 7x^2 + x + 15 \mid x^2 + 2$

(Soluc:  $C(x)=x^2-x+5$ ;  $R(x)=3x+5$ )

b)  $2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \mid 2x^2 - 3$

(Soluc:  $C(x)=x^3+x+1$ ; División exacta)

c)  $6x^4 - 10x^3 + x^2 + 11x - 6 \mid 2x^2 - 4x + 3$

(Soluc:  $C(x)=3x^2+x-2$ ; División exacta)

d)  $x^3 + 2x^2 + x - 1 \mid x^2 - 1$

(Soluc:  $C(x)=x+2$ ;  $R(x)=2x+1$ )

e)  $8x^5 - 16x^4 + 20x^3 - 11x^2 + 3x + 2 \mid 2x^2 - 3x + 2$

(Soluc:  $C(x)=4x^3-2x^2+3x+1$ ; División exacta)

f)  $x^4 + 3x^3 - 2x + 5 \mid x^3 + 2$

(Soluc:  $C(x)=x+3$ ;  $R(x)=-4x-1$ )

g)  $x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 6 \mid x^4 + 1$

(Soluc:  $C(x)=x-2$ ;  $R(x)=3x^2-x-4$ )

h)  $x^2 \mid x^2 + 1$

(Soluc:  $C(x)=1$ ;  $R(x)=-1$ )

i)  $3x^6 + 2x^4 - 3x^2 + 5 \mid x^3 - 2x + 4$

(Soluc:  $C(x)=3x^3+8x-12$ ;  $R(x)=13x^2-56x+53$ )

j)  $x^3 - 4x^2 + 5x - 8 \mid x - 2$

(Soluc:  $C(x)=x^2-2x+1$ ;  $R=-6$ )

k)  $2x^5 + 3x^2 - 6 \mid x + 3$

(Soluc:  $C(x)=2x^4-6x^3+18x^2-51x+153$ ;  $R(x)=-465$ )

l)  $x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 2 \mid x - 1$

(Soluc:  $C(x)=x^3-6x^2+2x+2$ ; División exacta)

m)  $3x^5 - x^4 + 8x^2 - 5x - 2 \mid x^2 - x + 1$

(Soluc:  $C(x)=3x^3+2x^2-x+5$ ;  $R(x)=x-7$ )

n)  $5x^4 - 2x^3 + x - 7 \mid x^2 - 1$

(Soluc:  $C(x)=5x^2-2x+5$ ;  $R(x)=-x-2$ )

o)  $4x^5 - 3x^3 + 5x^2 - 7 \mid 2x^2 - 3x + 5$

(Soluc:  $C(x)=2x^3+3x^2-2x-8$ ;  $R(x)=-14x+33$ )

p)  $9x^3 + 3x^2 - 7x + 2 \mid 3x^2 + 5$

(Soluc:  $C(x)=3x+1$ ;  $R(x)=-22x-3$ )

q)  $4x^4 - 3x^2 + 5x - 7 \mid 2x^2 + x - 3$

(Soluc:  $C(x)=2x^2-x+2$ ;  $R(x)=-1$ )

r)  $4x^5 + 3x^3 - 2x^2 + 5 \mid 2x^2 - x + 3$

(Soluc:  $C(x)=2x^3+x^2-x-3$ ;  $R(x)=14$ )

s)  $6x^4 + 5x^2 - 3x + 8 \mid 3x^3 - 2x - 3$

(Soluc:  $C(x)=2x$ ;  $R(x)=9x^2+3x+8$ )

t)  $4x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 5x - 1 \mid 2x^2 - 3$

(Soluc:  $C(x)=2x^2+x+3/2$ ;  $R(x)=8x+7/2$ )

u)  $x^8 \mid x^2 + 1$

(Soluc:  $C(x)=x^6-x^4+x^2-1$ ;  $R(x)=1$ )

v)  $4x^5 - 8x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 1 \mid 4x^3 - 4x^2 + 2x$

(Soluc:  $C(x)=x^2-x+1$ ;  $R(x)=2x+1$ )

3. Ídem con las siguientes divisiones en las que intervienen coeficientes fraccionarios:

- a)  $8x^4+3x^3+2x-2 \overline{) 4x^2+x-3}$  (Soluc:  $C(x)=2x^2+x/4+23/16$ ;  $R(x)=21x/16+37/16$ )
- b)  $2x^5-x^3+3x-9 \overline{) 2x^2-x+2}$  (Soluc:  $C(x)=x^3+x^2/2-5x/4-9/8$ ;  $R(x)=35x/8-27/4$ )
- c)  $6x^3-3x^2+2x-5 \overline{) 3x-2}$  (Soluc:  $C(x)=2x^2+x/3+8/9$ ;  $R(x)=-29/9$ )
- d)  $4x^4-x^3+x+5 \overline{) 2x^2-x+3}$  (Soluc:  $C(x)=2x^2+x/2-11/4$ ;  $R(x)=-13x/4+53/4$ )
- e)  $6x^4+3x^3-5x^2+x-8 \overline{) 3x^2-5x+2}$  (Soluc:  $C(x)=2x^2+13x/3+38/9$ ;  $R(x)=121x/9-148/9$ )
- f)  $8x^4-3x^2+7x-5 \overline{) 4x^2-3x+2}$  (Soluc:  $C(x)=2x^2+3x/2-5/8$ ;  $R(x)=17x/8-15/4$ )
- g)  $6x^5+5x^4+31x^2+2 \overline{) 2x^2+2}$  (Soluc:  $C(x)=3x^3+5x^2/2-3x+13$ ;  $R(x)=6x-24$ )
- h)  $3x^5-6x^4-x^3+10x^2-8x+2 \overline{) 3x^2-6x+1}$  (Soluc:  $C(x)=x^3-2x/3+2$ ;  $R(x)=14x/3$ )
- i)  $6x^4-x^3+2x^2-x-1 \overline{) 3x^2+2}$  (Soluc:  $C(x)=2x^2-x/3-2/3$ ;  $R(x)=-x/3+1/3$ )

4. Dados los siguientes polinomios:  $P(x) = 9x^5 - 21x^4 + 27x^3 + 4x + 37$

Hallar:

$$Q(x) = 9x^2 - 3x + 12$$

- a)  $Q(x) \cdot Q(x) =$  (Sol:  $81x^4-54x^3+225x^2-72x+144$ )
- b)  $P(x) - 3x \cdot Q(x) =$  (Sol:  $9x^5-21x^4+9x^2-32x+37$ )
- c)  $P(x) : Q(x)$  (Soluc:  $C(x)=x^3-2x^2+x+3$ ;  $R(x)=x+1$ )
- d) Extraer el máximo factor común en  $Q(x)$

5. Inventar una división de polinomios cuyo cociente sea  $C(x) = x^2 - 3x + 1$ , el resto  $R(x) = x - 1$  y el dividendo un polinomio de 4º grado.

6. Una cuestión de jerarquía: ¿Es lo mismo  $(6x^4) : (2x^2)$  y  $6x^4 : 2x^2$ ? Razonar la respuesta.

(Soluc: No es lo mismo)

7. Efectuar (en el cuaderno) las siguientes divisiones mediante la **regla de Ruffini**, y comprobar mediante la regla  $D=d \cdot C+R$ :

- a)  $x^3-4x^2+5x-8 \overline{) x-2}$  (Soluc:  $C(x)=x^2-2x+1$ ;  $R=-6$ )
- b)  $x^4-7x^3+8x^2-2 \overline{) x-1}$  (Soluc:  $C(x)=x^3-6x^2+2x+2$ ; División exacta)
- c)  $2x^4+3x^3-4x^2+x-18 \overline{) x-2}$  (Soluc:  $C(x)=x^2+1$ ; División exacta)
- e)  $2x^4+x^3-2x^2-1 \overline{) x+2}$  (Soluc:  $C(x)=2x^3-3x^2+4x-8$ ;  $R=15$ )
- f)  $2x^5+3x^2-6 \overline{) x+3}$  (Soluc:  $C(x)=2x^4-6x^3+18x^2-51x+153$ ;  $R=-465$ )
- g)  $3x^4-10x^3-x^2-20x+5 \overline{) x-4}$  (Soluc:  $C(x)=3x^3+2x^2+7x+8$ ;  $R=37$ )
- h)  $2x^4-10x+8 \overline{) x+2}$  (Soluc:  $C(x)=2x^3-4x^2+8x-26$ ;  $R=60$ )
- i)  $10x^3-15 \overline{) x+5}$  (Soluc:  $C(x)=10x^2-50x+250$ ;  $R=-1265$ )
- j)  $x^3+2x^2+3x+1 \overline{) x-1}$  (Soluc:  $C(x)=x^2+3x+6$ ;  $R=7$ )
- k)  $x^4-2x^3+x^2+3x+1 \overline{) x-2}$  (Soluc:  $C(x)=x^3+x+5$ ;  $R=11$ )
- l)  $2x^4-7x^3+4x^2-5x+6 \overline{) x-3}$  (Soluc:  $C(x)=2x^3-x^2+x-2$ ; División exacta)
- m)  $x^5+1 \overline{) x-1}$  (Soluc:  $C(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$ ;  $R=2$ )
- n)  $x^4+x^3-x^2+x-1 \overline{) x+2}$  (Soluc:  $C(x)=x^3-x^2+x-1$ ;  $R=1$ )
- o)  $x^3-7x^2/2-10x/3-70 \overline{) x-6}$  (Soluc:  $C(x)=x^2+5x/2+35/3$ ; División exacta)



p)  $x^4 - 2x^3/3 + x^2/2 + 3x + 1 \mid x+3$

q)  $2x^3 + 3x^2 - 1 \mid x - 1/2$

r)  $3x^3 + 2x^2 + 2x - 1 \mid x - 1/3$

s)  $ax^3 - 3a^2x^2 + 2a^3x + 1 \mid x - a$

(Soluc:  $C(x) = x^3 - \frac{11}{3}x^2 + \frac{23}{2}x - \frac{63}{2}$ ;  $R(x) = \frac{191}{2}$ )

(Soluc:  $C(x) = 2x^2 + 4x + 2$ ; División exacta)

(Soluc:  $C(x) = 3x^2 + 3x + 3$ ; División exacta)

(Soluc:  $C(x) = ax^2 - 2a^2x$ ;  $R = 1$ )

8. Extraer el máximo factor común posible (y comprobar, aplicando la propiedad distributiva):

a)  $4x^2 - 6x + 2x^3 =$

(Soluc:  $2x(x^2 + 2x - 3)$ )

b)  $3x^3 + 6x^2 - 12x =$

(Soluc:  $3x(x^2 + 2x - 4)$ )

c)  $12x^4y^2 + 6x^2y^4 - 15x^3y =$

(Soluc:  $3x^2y(4x^2y + 2y^3 - 5x)$ )

d)  $-12x^3 - 8x^4 + 4x^2 + 4x^6 =$

(Soluc:  $4x^2(x^4 - 2x^2 - 3x + 1)$ )

e)  $-3xy - 2xy^2 - 10x^2yz =$

(Soluc:  $-xy(3 + 2y + 10xz)$ )

f)  $-3x + 6x^2 + 12x^3 =$

(Soluc:  $3x(4x^2 + 2x - 1)$ )

g)  $2ab^2 - 4a^3b + 8a^4b^3 =$

(Soluc:  $2ab(b - 2a^2 + 4a^3b^2)$ )

h)  $6x^3y^2 - 3x^2yz + 9xy^3z^2 =$

(Soluc:  $3xy(2x^2y - xz + 3y^2z^2)$ )

i)  $15x^2y^2 - 5x^2y + 25x^2y^3 =$

j)  $-2x(x - 3)^2 + 4x^2(x - 3) =$

(Soluc:  $2x(x - 3)(x + 3)$ )

## IDENTIDADES NOTABLES

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$
$$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$
$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$$

1. Desarrollar las siguientes expresiones utilizando la identidad notable correspondiente, y simplificar. Obsérvense los primeros ejemplos:

a)  $(x+5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$

b)  $(x-6)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 6 + 6^2 = x^2 - 12x + 36$

c)  $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

d)  $(x+2)^2 =$  (Soluc:  $x^2 + 4x + 4$ )

e)  $(x-3)^2 =$  (Soluc:  $x^2 - 6x + 9$ )

f)  $(x+4)(x-4) =$  (Soluc:  $x^2 - 16$ )

g)  $(x+3)^2 =$  (Soluc:  $x^2 + 6x + 9$ )

h)  $(x-4)^2 =$  (Soluc:  $x^2 - 8x + 16$ )

i)  $(x+5)(x-5) =$  (Soluc:  $x^2 - 25$ )

j)  $(a+4)^2 =$  (Soluc:  $a^2 + 8a + 16$ )

k)  $(a-2)^2 =$  (Soluc:  $a^2 - 4a + 4$ )

l)  $(a+3)(a-3) =$  (Soluc:  $a^2 - 9$ )

m)  $(2x+3)^2 =$  (Soluc:  $4x^2 + 12x + 9$ )

n)  $(3x-2)^2 =$  (Soluc:  $9x^2 - 12x + 4$ )

o)  $(2x+1)(2x-1) =$  (Soluc:  $4x^2 - 1$ )

p)  $(3x+2)^2 =$  (Soluc:  $9x^2 + 12x + 4$ )

q)  $(2x-5)^2 =$  (Soluc:  $4x^2 - 20x + 25$ )

r)  $(3x+2)(3x-2) =$  (Soluc:  $9x^2 - 4$ )

s)  $(4b+2)^2 =$  (Soluc:  $16b^2 + 16b + 4$ )

t)  $(5b-3)^2 =$  (Soluc:  $25b^2 - 30b + 9$ )

u)  $(b+1)(b-1) =$  (Soluc:  $b^2 - 1$ )

v)  $(4a+5)^2 =$  (Soluc:  $16a^2 + 40a + 25$ )

- w)  $(5a - 2)^2 =$  (Soluc:  $25a^2 - 20a + 4$ )
- x)  $(5a + 2)(5a - 2) =$  (Soluc:  $25a^2 - 4$ )
- y)  $(4y + 1)^2 =$  (Soluc:  $16y^2 + 8y + 1$ )
- z)  $(2y - 3)^2 =$  (Soluc:  $4y^2 - 12y + 9$ )
- α)  $(2y + 3)(2y - 3) =$  (Soluc:  $4y^2 - 9$ )
- β)  $(3x + 4)^2 =$  (Soluc:  $9x^2 + 24x + 16$ )
- γ)  $(3x - 1)^2 =$  (Soluc:  $9x^2 - 6x + 1$ )
- δ)  $(3x + 4)(3x - 4) =$  (Soluc:  $9x^2 - 16$ )
- ε)  $(5b + 1)^2 =$  (Soluc:  $25b^2 + 10b + 1$ )
- ζ)  $(2x - 4)^2 =$  (Soluc:  $4x^2 - 16x + 16$ )
- η)  $(4x + 3)(4x - 3) =$  (Soluc:  $16x^2 - 9$ )

2. Carlos, un alumno de 3º de ESO, indica lo siguiente en un examen:

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4$$

Razonar que se trata de un grave error. ¿Cuál sería la expresión correcta?

3. Desarrollar las siguientes expresiones utilizando la identidad notable correspondiente, y simplificar:

a)  $(x - 2)^2 + (x + 3)^2 =$

b)  $(x + 4)^2 - (x - 1)^2 =$

c)  $(x + 5)(x - 5) - (x + 5)^2 =$