

Problemas de integrales definidas y áreas

2º de Bachillerato

Comprueba el valor de las siguientes integrales:

$$1. \int_0^1 2x \, dx = 1$$

$$2. \int_2^7 3 \, dx = 15$$

$$3. \int_{-1}^0 (x - 2) \, dx = -\frac{5}{2}$$

$$4. \int_2^5 (-3x + 4) \, dx = -\frac{39}{2}$$

$$5. \int_{-1}^1 (x^2 - 2) \, dx = -\frac{10}{3}$$

$$6. \int_0^3 (3x^2 + x - 2) \, dx = \frac{51}{2}$$

$$7. \int_0^1 (2x - 1)^2 \, dx = \frac{1}{3}$$

$$8. \int_{-1}^1 (x^3 - 9x) \, dx = 0$$

$$9. \int_1^2 \left(\frac{3}{x^2} - 1 \right) \, dx = \frac{1}{2}$$

$$10. \int_0^1 (3x^3 - 9x + 7) \, dx = \frac{13}{4}$$

$$11. \int_1^2 (5x^4 + 5) \, dx = 36$$

$$12. \int_{-3}^3 x^{1/3} \, dx = 4,87 + 2,81 \cdot i$$

$$13. \int_{-1}^1 (\sqrt[3]{x} - 2) \, dx = -2,875 + 0,65 \cdot i$$

$$14. \int_{-2}^{-1} \sqrt{\frac{-2}{x}} \, dx = 1,172$$

$$15. \int_{-2}^{-1} \left(x - \frac{1}{x^2} \right) \, dx = -2$$

$$16. \int_1^4 \frac{x-2}{\sqrt{x}} dx = \frac{2}{3}$$

$$17. \int_0^1 \frac{x - \sqrt{x}}{3} dx = -\frac{1}{18}$$

$$18. \int_0^2 (2-x)\sqrt{x} dx = 1,508$$

$$19. \int_{-1}^0 (x^{1/3} - x^{2/3}) dx = 0,675 + 0,13 \cdot i$$

$$20. \int_{-8}^{-1} \frac{x - x^2}{2\sqrt[3]{x}} dx = -28,56 + 49,46 \cdot i$$

$$21. \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx = 2$$

$$22. \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx = \frac{1}{3}$$

$$23. \int_{-1}^1 x(x^2+1)^3 dx = 0$$

$$24. \int_0^2 \frac{x}{\sqrt{1+2x^2}} dx = 1$$

$$25. \int_0^2 x\sqrt[3]{4+x^2} dx = 3,619$$

$$26. \int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$27. \int_{-1}^1 |x| dx = 1$$

$$28. \int_0^3 |2x-3| dx = \frac{9}{2}$$

$$29. \int_0^4 |x^2-4x+3| dx = 4$$

$$30. \int_{-1}^1 |x^3| dx = \frac{1}{2}$$

$$31. \int_1^2 (x-1)\sqrt{2-x} dx = \frac{4}{15}$$

$$32. \int_0^4 \frac{x}{\sqrt{2x+1}} dx = \frac{10}{3}$$

$$33. \int_3^7 x\sqrt{x-3} dx = \frac{144}{5}$$

$$34. \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} dx = 0,552$$

$$35. \int_0^7 x\sqrt[3]{x+1} dx = 43,18$$

$$36. \int_{-2}^6 x^2\sqrt[3]{x+2} dx = 135,77$$

$$37. \int_1^5 x^2\sqrt{x-1} dx = 67,505$$

$$38. \int_0^{\pi/2} \sin 2x dx = 1$$

$$39. \int_0^{\pi/2} \cos\left(\frac{2}{3}x\right) dx = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$40. \int_{\pi/3}^{\pi/2} (x + \cos x) dx = 0,819$$

$$41. \int_{\pi/2}^{2\pi/3} \sec^2\left(\frac{x}{2}\right) dx = 1,464$$

$$42. \int_{\pi/3}^{\pi/2} \csc^2\left(\frac{x}{2}\right) dx = 1,464$$

$$43. \int_{\pi/12}^{\pi/4} \csc 2x \cot 2x dx = 0,5$$

$$44. \int_0^{\pi/8} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{8}$$

$$45. \int_0^1 \sec(1-x) \tan(1-x) = 0,851$$

$$46. \int_0^{\pi/4} \frac{1 - \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\pi}{4}$$

Calcular el área de las siguientes gráficas en los intervalos indicados:

1. $y = x - x^2$ en el intervalo $[0, 1]$. Solución: $\frac{1}{6}$.

2. $y = -x^2 + 2x + 3$ en el intervalo $[-1, 3]$. Solución: $\frac{32}{3}$

3. $y = 1 - x^4$ en el intervalo $[-1, 1]$. Solución: $\frac{8}{5}$.
4. $y = \frac{1}{x^2}$ en el intervalo $[1, 2]$. Solución: $\frac{1}{2}$.
5. $y = \sqrt[3]{2x}$ en el intervalo $[0, 4]$. Solución: 6.
6. $y = (3 - x)\sqrt{x}$ en el intervalo $[0, 3]$. Solución: 4, 157.
7. $y = \cos \frac{x}{2}$ en el intervalo $[0, \pi]$. Solución: 2.
8. $y = x + \sin x$ en el intervalo $[0, \pi]$. Solución: 6, 935.
9. $y = 2 \sin x + \sin 2x$ en el intervalo $[0, \pi]$. Solución: 4.
10. $y = \sin x + \cos 2x$ en el intervalo $[0, \pi]$. Solución: 2.
11. $y = 4 - x^2$ en el intervalo $[-2, 2]$. Solución: $\frac{32}{3}$.
12. $y = x^2 - 2x + 1$ en el intervalo $[0, 1]$. Solución: $\frac{1}{3}$.
13. $y = x\sqrt{4 - x^2}$ en el intervalo $[0, 2]$. Solución: $\frac{8}{3}$.
14. $y = \frac{x^2 + 1}{x^2}$ en el intervalo $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$. Solución: 3.
15. $y = x - 2\sqrt{x}$ en el intervalo $[0, 4]$. Solución: $-\frac{8}{3}$.
16. $y = \frac{1}{(x - 3)^2}$ en el intervalo $[0, 2]$. Solución: $\frac{2}{3}$.
17. $y = \sin x$ en el intervalo $[0, \pi]$. Solución: 2.
18. $y = \cos \pi x$ en el intervalo $\left[0, \frac{1}{2}\right]$. Solución: $\frac{1}{\pi}$.

Calcular el área de cada una de las regiones siguientes, en los contornos indicados:

1. $y = 3x^2 + 1$ entre $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$. Solución: 10.
2. $y = 1 + \sqrt{x}$ entre $x = 0$, $x = 4$, $y = 0$. Solución: $\frac{28}{3}$.
3. $y = x^3 + x$ entre $x = 2$, $y = 0$. Solución: 6.
4. $y = -x^2 + 3x$ entre $y = 0$. Solución: $\frac{9}{2}$.