# Cálculo del dominio de una función.

## 1. Conocimientos previos.

Antes de iniciar el tema se deben de tener los siguientes conocimientos básicos:

- Intervalos y sus definiciones básicas.
- Funciones.
- Ecuaciones de primer grado.
- Ecuaciones de segundo grado.
- Inecuaciones.

Sería conveniente realizar un ejercicio de cada uno de los conceptos indicados anteriormente.

## 2. Dominio de una función.

Veamos un ejemplo con la siguiente función:

$$f(x) = \frac{1}{x-1}$$

Si damos un valor a la $x$ se obtiene el correspondiente valor en la imagen de la función. Así por ejemplo:

$$f(2) = \frac{1}{2-1} = 1$$

$$f(-1) = \frac{1}{-1-1} = -\frac{1}{2}$$

Pero existen valores a los que no les corresponde un valor en la imagen. Así para x=1:

$$f(1) = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0} = \text{No existe}$$

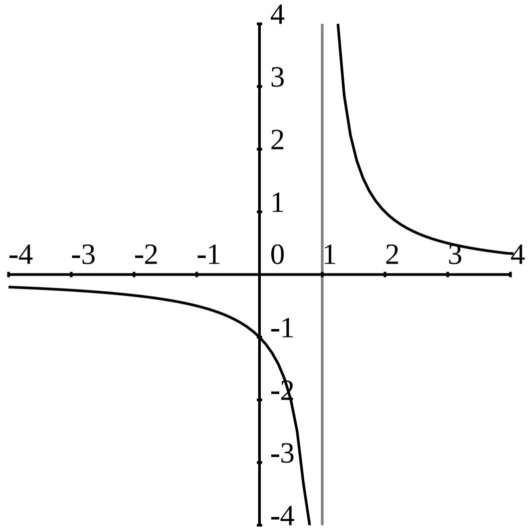


Figura 1: Gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x-1}$.

Si se estudia la gráfica de la función $f(x)$ que se puede ver en la figura 1, se puede ver que la función no está definida para $x = 1$, hay un ”hueco”para $x = 1$ (en el dibujo se ha marcado el $x = 1$ con una línea gris).

Por lo tanto se dirá que el dominio de la función son todos los valores menos el 1 que es el valor para el que la función no está definida. Esto se escribe de la siguiente forma:

$$Dom\ f(x) = R - \{1\}$$

La $R$ significa el conjunto de los números reales.

*El dominio de una función $f(x)$ es el conjunto de valores de $x$ para los cuales la función está definida.*

# 3. Cálculo del dominio de una función.

Hay varias situaciones:
→ **Los polinomios están definidos para todo $R$.**
Así por ejemplo el dominio de:
$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ es $Dom\ f(x) = R$
$f(x) = -1$ es $Dom\ f(x) = R$
$f(x) = 3x^2 + 4x - 5$ es $Dom\ f(x) = R$
→ **Cuando se tiene un cociente de funciones $f(x) = \frac{N(x)}{D(x)}$ el dominio será el dominio de $N(x)$ menos los valores donde no esté definido $D(x)$ y los valores de $x$ que hacen $D(x) = 0$.**
Se quitan los valores en los valores de $x$ que hacen $D(x) = 0$ ya que la división entre $0$ no está definida. Por ejemplo el dominio de la función:

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

Tanto numerador como numerador están definidos en $R$. Se calculan los valores en los que $D(x) = 0$:
$D(x) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0; x = 1$
Por lo tanto el dominio es: $Dom\ f(x) = R - \{1\}$
Otro ejemplo:

$$f(x) = \frac{3x-1}{x^2 - 5x + 6}$$

Tanto numerador como numerador están definidos en $R$. Se calculan los valores en los que $D(x) = 0$:
$D(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$; resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \begin{matrix} x = 2 \\ x = 3 \end{matrix}$$

Por lo tanto el dominio es: $Dom\ f(x) = R - \{2\} - \{3\}$
→ **Las funciones con raíces cuadradas $f(x) = \sqrt{R(x)}$ están definidas para los valores donde $R(x) \geq 0$.**
Por ejemplo para la función:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

La raíz cuadrada no se puede calcular para valores negativos. Por lo que se resuelve la inecuación $R(x) \geq 0$:
$R(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$
Por lo tanto el dominio es: $Dom\ f(x) = [0, \infty)$
Ejemplo para la función:

$$f(x) = \sqrt{x-3}$$

La raíz cuadrada no se puede calcular para valores negativos. Por lo que se resuelve la inecuación $R(x) \geq 0$:
$R(x) \geq 0 \Rightarrow x - 3 \geq 0$; [1] resolviendo la inecuación se obtiene que la solución es: $[3, \infty)$
Por lo tanto el dominio es: $Dom\ f(x) = [3, \infty)$
Ejemplo para la función:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$$

La raíz cuadrada no se puede calcular para valores negativos. Por lo que se resuelve la inecuación $R(x) \geq 0$:
$R(x) \geq 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 \geq 0$; resolviendo la inecuación se obtiene que la solución es: $[2, 3]$

[1] Si tienes problemas resolviendo esta inecuación sería conveniente que repasaras el tema de inecuaciones.

Por lo tanto el dominio es: $Dom\ f(x) = [2, 3]$
$\rightarrow$ **Los logaritmos** $f(x) = \log R(x)$ **están definidos para los valores donde** $R(x) > 0$**.**

Por ejemplo para la función:

$$f(x) = \log x$$

La raíz cuadrada no se puede calcular para valores negativos. Por lo que se resuelve la inecuación $R(x) > 0$:
$R(x) > 0 \Rightarrow x > 0$
Por lo tanto el dominio es: $Dom\ f(x) = (0, \infty)$
Ejemplo para la función:

$$f(x) = \log(x - 3)$$

La raíz cuadrada no se puede calcular para valores negativos. Por lo que se resuelve la inecuación $R(x) > 0$:
$R(x) > 0 \Rightarrow x - 3 > 0$; [2] resolviendo la inecuación se obtiene que la solución es: $(3, \infty)$
Por lo tanto el dominio es: $Dom\ f(x) = (3, \infty)$
Ejemplo para la función:

$$f(x) = \log(x^2 - 5x + 6)$$

La raíz cuadrada no se puede calcular para valores negativos. Por lo que se resuelve la inecuación $R(x) > 0$:
$R(x) > 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 > 0$; resolviendo la inecuación se obtiene que la solución es: $(2, 3)$
Por lo tanto el dominio es: $Dom\ f(x) = (2, 3)$

---

**Ejercicios:** Calcular el dominio de las siguientes funciones:

1. $f(x) = 2$
2. $f(x) = 2x - 1$
3. $f(x) = \frac{1}{x-1}$
4. $f(x) = \frac{2x-1}{4x-8}$
5. $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-9x+14}$
6. $f(x) = \sqrt{x - 7}$
7. $f(x) = \sqrt{-x + 7}$
8. $f(x) = \sqrt{x^2 - 9x + 14}$
9. $f(x) = \sqrt{-x^2 + 9x - 14}$
10. $f(x) = \frac{\sqrt{-x^2+9x-14}}{x-3}$
11. $f(x) = \frac{\sqrt{-x^2+9x-14}}{x^2-9x+14}$
12. $f(x) = \log(x - 7)$
13. $f(x) = \log(-x + 7)$
14. $f(x) = \log(x^2 - 9x + 14)$
15. $f(x) = \log(-x^2 + 9x - 14)$

$R$, $R$, $R - \{1\}$, $R - \{2\}$, $R - \{2\} - \{7\}$, $[7, \infty)$, $(-\infty, 7]$, $R - [2, 7]$, $[2, 7]$, $[2, 7] - \{3\}$, $(2, 7)$, $(7, \infty)$, $(-\infty, 7)$, $R - (2, 7)$, $(2, 7)$

---

[2] Si tienes problemas resolviendo esta inecuación sería conveniente que repasaras el tema de inecuaciones.