

## EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD

Un fabricante de electrodomésticos sabe que la vida media de éstos sigue una distribución normal con media  $\mu = 100$  meses y desviación típica  $\sigma = 12$  meses. Determínese el mínimo tamaño muestral que garantiza, con una probabilidad de 0,98, que la vida media de los electrodomésticos en dicha muestra se encuentra entre 90 y 110 meses.

*Solución:*  $n=8$

Se desea estudiar el gasto semanal de fotocopias, en pesetas, de los estudiantes de bachillerato de Madrid. Para ello, se ha elegido una muestra aleatoria de 9 de estos estudiantes, resultando los valores siguientes para estos gastos:

100   150   90   70   75   105   200   120   80

Se supone, que la variable aleatoria objeto del estudio, sigue una distribución normal de media desconocida y de desviación típica igual a 12. Determínese un intervalo de confianza al 95% para la media del gasto semanal en fotocopias por estudiante.

*Solución:*  $(102'16, 117'84)$

Una variable aleatoria tiene una distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica  $\sigma$ . Si se extraen muestras aleatorias simples de tamaño  $n$ .

- ¿Qué distribución tiene la variable aleatoria media muestral  $\bar{X}$ ?
- Si se toman muestras de tamaño  $n = 4$  de una variable aleatoria  $X$  con distribución  $N(165, 12)$ , calcúlese  $P(\bar{X} > 173, 7)$

*Solución:* a)  $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$    b) 0'0735

Una variable aleatoria  $X$  tiene distribución normal siendo su desviación típica igual a 3.

a) Si se consideran muestras de tamaño 16; ¿qué distribución sigue la variable aleatoria media muestral?

b) Si se desea que la media de la muestra no difiera en más de 1 unidad de la media de la población, con probabilidad de 0,99 ¿Cuántos elementos, como mínimo, se deberían tomar en la muestra?

*Solución:* a)  $N(\mu, \frac{3}{4})$    b)  $n=60$

Se supone que el peso de las sandías de cierta variedad sigue una distribución normal con desviación típica de 1 kg. Se toma una muestra aleatoria de 100 sandías y se observa que el peso medio es de 6 kg.

a) Calcúlese un intervalo de confianza al 95% para el peso medio de esa variedad de sandía.

b) ¿Puede aceptarse la hipótesis de que el verdadero peso medio de las sandías es de 5 kg, frente a que sea diferente, con un nivel de confianza de 0,05?

*Solución: a) (5'804, 6'196) b) Contraste de hipótesis*

El peso de los perros adultos de una cierta raza es una variable aleatoria que se distribuye normalmente con una desviación típica 0,6 kg. Una muestra aleatoria de 30 animales ha dado un peso medio de 7,4 kg.

a) Calcúlese un intervalo de confianza al 99% para el peso medio de los perros adultos de esta raza.

b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener la muestra para tener una confianza del 95% de que la media muestral no se diferencie en más de 0,3 kg de la media de la población?

*Solución: a) (7,12 ; 7,68) b) n=16*

En un laboratorio se obtuvieron seis determinaciones del pH de una solución, con los resultados siguientes:

7,91 7,94 7,9 7,93 7,89 7,91

Se supone que la población de todas las determinaciones del pH de la solución tiene una distribución normal de media desconocida, con desviación típica igual a 0'02.

a) Determínese un intervalo de confianza al 98% para la media de todas las determinaciones del pH de la misma solución obtenidas del mismo método.

b) Con el mismo nivel de confianza anterior, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que la amplitud del intervalo de confianza sea a lo sumo 0'02?

*Solución: a) (7'894, 7'932) b) 6*

La duración de las llamadas de teléfono, en una oficina comercial, sigue una distribución normal con desviación típica 10 segundos. Se hace una encuesta entre 50 llamadas y la media de duración obtenida en esa muestra es de 35 segundos. Calcular un intervalo de confianza al 99% para la duración media de las llamadas.

*Solución: (31'36 ; 38'64)*

De una población con distribución normal de media 50 y desviación típica 6, se extrae una muestra aleatoria de tamaño  $n$  y se calcula su media muestral.

a) ¿Qué valor debe tener  $n$  para que se cumpla la desigualdad  $|\bar{x} - \mu| < 2$ , con una probabilidad de 0,95?

b) Resolver el apartado anterior con una probabilidad de 0,90. Comparar ambos resultados.

*Solución: a) n=35 b) n=25*

Se estima que el tiempo de reacción de un conductor ante un obstáculo imprevisto tiene una distribución normal con desviación típica 0,05 segundos. Si se quiere conseguir que el error de estimación de la media no supere los 0,01 segundos con un nivel de confianza del 99% ¿qué tamaño mínimo ha de tener la muestra de tiempos de reacción?

*Solución:  $n=166$*

Se probaron 10 automóviles, escogidos aleatoriamente de una misma marca y modelo, por conductores con la misma forma de conducir y en carreteras similares. Se obtuvo que el consumo medio de gasolina, en litros, por cada 100 kilómetros fue de 6,5. Estudios previos indican que el consumo de gasolina tiene una distribución normal de desviación típica 2 litros. Determinar un intervalo de confianza al 95% para la media del consumo de gasolina de estos automóviles.

*Solución: (5,26 ; 7,74)*

El tiempo de conexión a Internet de los alumnos de cierta universidad, sigue una distribución normal con desviación típica 15 minutos. Para estimar la media del tiempo de conexión se quiere calcular un intervalo de confianza que tenga una amplitud menor o igual que 6 minutos, con un nivel de confianza del 95%.

Determinar cuál es el tamaño mínimo de la muestra que es necesario observar.

*Solución:  $n=97$*

Se ha extraído una muestra de 150 familias de residentes en un barrio obteniéndose que la renta familiar media de la misma asciende a 20.000 euros. Se supone que la renta familiar de los residentes en el barrio sigue una distribución normal de desviación típica 150 euros.

a) A partir de estos datos, calcular un intervalo de confianza para la renta familiar media con un nivel de significación del 95%.

b) ¿Qué tamaño muestral mínimo es necesario para conseguir, con un nivel de confianza del 90%, un error en la estimación de la renta familiar media no superior a  $\pm 142$  euros.

*Solución: a) (19.976 , 20.024) b)  $n=4$*

En un servicio de atención al cliente, el tiempo de espera hasta recibir atención es una variable normal de media 10 minutos y desviación típica 2 minutos. Se toman muestras aleatorias del tiempo de espera de los clientes que llegan un día concreto.

Se pide:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de espera de una muestra de 25 clientes no supere los 9 minutos?

b) ¿Cuál es la distribución de la media muestral, si se toman muestras aleatorias de 64 clientes? Especificar sus parámetros.

*Solución: a) 0,0062 b)  $N(10, 0,25)$*

El precio de ciertos electrodomésticos puede considerarse una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 100 euros. Los precios en euros correspondientes a una muestra de 9 electrodomésticos son:

255 85 120 290 80 80 275 290 135

- Construir un intervalo de confianza al 98% para la media poblacional.
- Hallar el tamaño mínimo que debe tener la muestra, para que con un nivel de confianza del 99%, el error de estimación del precio medio no supere los 50 euros.

*Solución: a) (101,4 ; 256,4) b)  $n=27$*

Una muestra aleatoria de 9 tarrinas de helado proporciona los siguientes pesos en gramos:

88 90 90 86 87 88 91 92 89

Hallar un intervalo de confianza al 95% para la media de la población, sabiendo que el peso de las tarrinas tiene una distribución normal con una desviación típica de 1,8 gramos.

*Solución: (87,8 ; 90,2)*

Calcular el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria para garantizar que, en la estimación de la media de una población normal con varianza igual a 60, al 90% de confianza, el error de estimación cometido no sea superior a 3 unidades.

*Solución:  $n=19$*

En una encuesta se pregunta a 10.000 personas cuántos libros lee al año. Obteniéndose una media de 5 libros. Se sabe que la población tiene una distribución normal con desviación típica 2.

- Hallar un intervalo de confianza al 80% para la media poblacional.
- Para garantizar un error de estimación de la media poblacional no superior a 0,25 con un nivel de confianza del 95% ¿a cuántas personas como mínimo sería necesario entrevistar?

*Solución: a) (4,97 ; 5,03) b) 246*

Para una población  $N(\mu, \sigma = 25)$ , ¿qué tamaño muestral mínimo es necesario para estimar  $\mu$  mediante un intervalo de confianza, con un error menor o igual que 5 unidades, y con una probabilidad mayor o igual que 0,95?

*Solución: 97*

La duración de las baterías de un determinado modelo de teléfono móvil tiene una distribución normal de media 34,5 horas y desviación típica 6,9 horas. Se toma una muestra aleatoria simple de 36 teléfonos móviles.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la duración media de las baterías de la muestra esté comprendida entre 32 y 33,5 horas?
- ¿Y de que sea mayor de 38 horas?

*Solución: a) 0,1772 b) 0,0012*

El tiempo de reacción de una alarma electrónica ante un fallo del sistema es una variable aleatoria normal con desviación típica 1 segundo. A partir de una muestra de 100 alarmas se ha estimado la media poblacional del tiempo de reacción, mediante un intervalo de confianza, con un error máximo de estimación igual a 0,2 segundos. ¿Con qué nivel de confianza se ha realizado la estimación?

*Solución:* 95,4%

En cierta población humana, la media muestral  $\bar{X}$  de una característica se distribuye mediante una distribución normal. La probabilidad de que  $\bar{X}$  sea menor o igual que 75 es 0,58 y la de que  $\bar{X}$  sea mayor que 80 es 0,04. Hallar la media y la desviación típica de  $\bar{X}$ . (Tamaño muestral  $n=100$ ).

*Solución:*  $\bar{X} \sim N(74,3 ; 3,23)$

El tiempo de espera en minutos en una ventanilla se supone aproximado mediante una distribución  $N(\mu, \sigma)$  con  $\sigma$  igual a 3 minutos. Se lleva a cabo un muestreo aleatorio simple de 10 individuos y se obtiene que la media muestral del tiempo de espera es de minutos. Determinar un intervalo de confianza al 95% para  $\mu$ .

*Solución:* (3'14 , 6'86)

La duración de la batería de cierto modelo de teléfono móvil se puede aproximar por una distribución normal con una desviación típica de 5 meses. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 baterías y se obtienen las siguientes duraciones (en meses):

33, 34, 26, 37, 30, 39, 26, 31, 36, 19

Hallar un intervalo de confianza al 95% para la duración media de este modelo de batería.

*Solución:* (28 , 34'2)

El peso en kg de los estudiantes universitarios de una gran ciudad se supone aproximado por una distribución normal con media 60 kg y desviación típica 8 kg. Se toman 100 muestras aleatorias simples de 64 estudiantes cada una. Se pide:

- media y desviación típica de la distribución de la media muestral
- ¿en cuántas de las 100 muestras cabe esperar una media entre 59 y 61 kg?

*Solución:* a)  $N(60, 1)$  b) 68

La edad a la que contraen matrimonio los hombres de la Isla Barataria es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de media 35 años y desviación típica 5 años. Se elige aleatoriamente una muestra de 100 hombres de dicha isla. Sea  $\bar{X}$  la media muestral de la edad de casamiento.

- ¿Cuáles son la media y la varianza de  $\bar{X}$  ?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la edad media de casamiento de la muestra esté comprendida entre 36 y 37 años?

*Solución:* a)  $\mu_{\bar{x}} = 35$   $\sigma_{\bar{x}} = 0,5$  b) 0,0228

La duración de las rosas conservadas en agua en un jarrón es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal con una desviación típica de 10 horas. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 rosas y se obtienen duraciones (en horas):

57, 49, 70, 40, 45, 44, 49, 32, 55, 45

Hallar un intervalo de confianza al 95% para la duración media de las rosas.

*Solución:* (41,8 ; 54,2)

Se supone que la recaudación diaria de los comercios de un barrio determinado es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de desviación típica 328 euros. Se ha extraído una muestra de 100 comercios de dicho barrio, obteniéndose que la recaudación diaria media asciende a 1248 euros. Calcular:

a) El intervalo de confianza para la recaudación diaria media con un nivel de confianza del 99%.

b) El tamaño muestral mínimo necesario para conseguir, con un nivel de confianza del 95 %, un error en la estimación de la recaudación diaria media menor de 127 euros.

*Solución:* a) (1140,74 ; 1355,26) b) 26

El tiempo invertido en cenar por cada cliente de una cadena de restaurantes es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal con desviación típica de 32 minutos. Se quiere estimar la media de dicho tiempo con un error no superior a 10 minutos, y con un nivel de confianza del 95 %.

Determinar el tamaño mínimo muestral necesario para poder llevar a cabo dicha estimación.

*Solución:* 40