

Dominio de funciones.-

Funciones polinómicas: su dominio siempre es \mathbb{R}

Ejemplo: $f(x) = x^3 - 2x^2 + 6x - 5 \rightarrow \text{Dom } f = \mathbb{R}$

Funciones exponenciales: $y = a^x$ $y = (1/a)^x$ en ambos casos $\text{Dom } f = \mathbb{R}$
($a > 1$, $0 < 1/a < 1$)

Funciones logarítmicas: $y = \log_a x$ $y = \log_{1/a} x$ en ambos casos $\text{Dom } f = \mathbb{R}^+$
($a > 1$, $0 < 1/a < 1$)

Funciones racionales: su dominio son todos los números reales excepto los que son raíces del denominador.

Ejemplo: $f(x) = (3x^3 - 5)/(x^2 - 1) \rightarrow \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

Funciones irracionales: se deben excluir de su dominio aquellos valores de x para los cuales sean negativas las expresiones que aparezcan bajo raíces de índice par.

Ejemplo: $f(x) = \sqrt{x+3} \rightarrow \text{Dom } f = [-3, \infty)$

Funciones compuestas: los anteriores tipos de funciones se combinan. Para calcular su dominio se deben tener en cuenta las condiciones que impone cada una de ellas.

Ejemplo: $f(x) = \sqrt{\log(x+2)}$

Para que exista el logaritmo, $x + 2 > 0$, $x > -2$

Para que exista la raíz, $\log(x+2) \geq 0$, $x+2 \geq 1$, $x \geq -1$

Ambas condiciones se resumen en que $x \geq -1$

Luego $\text{Dom } f = [-1, \infty)$

Ejercicios.- Calcula el dominio de cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \log(3x+5)$

g) $f(x) = \frac{\sqrt{3x+1}}{x-1}$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}$

h) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x}}$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 - 25}$

d) $f(x) = \log \frac{(x+1) \cdot (x+2)}{x+3}$

i) $f(x) = e^{\sqrt{x+6}}$

e) $f(x) = \sqrt{\frac{3x-5}{x-2}}$

j) $f(x) = \log(x^2 - 2x - 3)$

f) $f(x) = \frac{12x^3}{\sqrt{2x+5}}$

k) $f(x) = \log \frac{7x}{x-5}$

Soluciones: a) $(-5/3, +\infty)$; b) $\mathbb{R} - \{3, 4\}$; c) $(-\infty, -5] \cup [5, +\infty)$; d) $(-3, -2) \cup (-1, +\infty)$;

e) $(-\infty, 5/3] \cup (2, +\infty)$; f) $(-5/2, +\infty)$; g) $[-1/3, 1) \cup (1, +\infty)$; h) $\mathbb{R} - \{0\}$;

i) $[-6, +\infty)$; j) $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$; k) $(-\infty, 0) \cup (5, +\infty)$.