

Segunda evaluación - 2º ESO

NOMBRE: _____

Instrucciones: 1) Todos los folios deben tener el nombre y estar numerados en la parte superior. 2) Todas las respuestas deben estar justificadas y simplificadas. 3) No se puede usar calculadora. No se puede usar corrector ni lápiz, y el bolígrafo debe ser de tinta indeleble. Se aconseja no usar borrador. 4) Se puede alterar el orden de las respuestas, pero no se puede intercalar la respuesta a una pregunta con las de otras. 5) Desatender las instrucciones será penalizado.

1) Realizar las siguientes operaciones (este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 2 puntos para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4): (3 puntos)

a) $-3(-3^2 - 4(-9)) - (-2)|(-4)^2 + 7(-4)|$

$\frac{4}{27}$

b) $\frac{\frac{54}{4} - \frac{8}{27}}{\frac{4}{81} - \frac{27}{4} - \frac{8}{81}}$

c) $\frac{-(-36)^{60}}{8^{41}(-3)^{119}}$ (dar el resultado final en forma de fracción simplificada).

2) Dados $P(x) = -2x^4 - 3x + 1$, y $Q(x) = -x^3 + 2x$ se pide:

a) Calcular $P(-2)$. (0,5 puntos)

b) Hallar $3P(x)Q(x)$. (1 punto)

c) Decir el grado de $P(x)$. (0,5 puntos)

3) Extraer factor común del numerador y simplificar en consecuencia la fracción:

$$\frac{20a^{729}b^{415}c^3 + 2a^{700}b^{400} - 12a^{729}b^{415}c^2}{2a^{700}b^{400}} \quad (1 \text{ punto})$$

4) Cuatro personas van a hacer un viaje. con el dinero conseguido, tienen para 12 días. Pero quieren llevarse a dos amigos. ¿Para cuántos días tendrán con el mismo dinero y suponiendo que el precio por persona es el mismo? (1 punto)

5) Tres socios invierten 300€, 500€ y 800€ en un negocio, del que obtienen un beneficio neto de 4800€. ¿Cómo deben repartirse dicho beneficio, de forma que cada uno reciba de forma proporcional al dinero que invirtió? (1 punto)

6) Una tienda tenía 20 artículos a la venta. En un momento determinado, habían vendido 6. ¿Qué tanto por ciento de artículos habían vendido? (No hacer mediante regla de 3). (1 punto)

7) Un frigorífico costaba 1300€, pero tenía determinado tanto por ciento de descuento. Sobre el precio con el descuento, se le hace un 15% adicional y queda en 663€ como precio final. ¿Cuál era el tanto por ciento de descuento inicial? Y, ¿cuál es el tanto por ciento global de descuento realizado (es decir, incluyendo las dos rebajas)? (1 punto)

SOLUCIONES

- 1) Realizar las siguientes operaciones (este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 2 puntos para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4): (3 puntos)

a) $-3(-3^2 - 4(-9)) - (-2)|(-4)^2 + 7(-4)|$
 $-3(-3^2 - 4(-9)) - (-2)|(-4)^2 + 7(-4)| = -3(-9 + 36) + 2|16 - 28| =$
 $= -3 \cdot 27 + 2|-12| = -81 + 2 \cdot 12 = -81 + 24 = \boxed{-57}$

b) $\frac{\frac{4}{54} \frac{27}{8}}{27 \frac{4}{81} - \frac{27}{4} \frac{8}{81}}$

$$\frac{\frac{4}{54} \frac{27}{8}}{27 \frac{4}{81} - \frac{27}{4} \frac{8}{81}} = \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{2}}{1 \frac{4}{3} - \frac{12}{13}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{4}{3} - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

c) $\frac{-(-36)^{60}}{8^{41}(-3)^{119}}$

$$\frac{-(-36)^{60}}{8^{41}(-3)^{119}} = \frac{-36^{60}}{8^{41}(-3)^{119}} = \frac{-36^{60}}{-8^{41}3^{119}} = \frac{36^{60}}{8^{41}3^{119}} = \frac{(2^23^2)^{60}}{(2^3)^{41}3^{119}} =$$

$$= \frac{2^{120}3^{120}}{2^{123}3^{119}} = \frac{3^{120-119}}{2^{123-120}} = \frac{3}{2^3} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

- 2) Dados $P(x) = -2x^4 - 3x + 1$, y $Q(x) = -x^3 + 2x$ se pide:

- a) Calcular $P(-2)$. (0,5 puntos)

Lo que nos piden es lo mismo que calcular el valor numérico del polinomio $P(x)$ para $x = -2$.

$$P(-2) = -2 \cdot (-2)^4 - 3(-2) + 1 = -2 \cdot 16 + 6 + 1 = -32 + 7 = \boxed{-25}$$

- b) Hallar $3P(x)Q(x)$. (1 punto)

$$\begin{aligned} 3P(x)Q(x) &= 3(-2x^4 - 3x + 1)(-x^3 + 2x) = \\ &= 3(2x^7 - 4x^5 + 3x^4 - 6x^2 - x^3 + 2x) = \\ &= 3(2x^7 - 4x^5 + 3x^4 - x^3 - 6x^2 + 2x) = \\ &= \boxed{6x^7 - 12x^5 + 9x^4 - 3x^3 - 18x^2 + 6x} \end{aligned}$$

- c) Decir el grado de $P(x)$. (0,5 puntos)

$$\text{grado}[P(x)] = \boxed{4}$$

- 3) Extraer factor común del numerador y simplificar en consecuencia la fracción:

$$\frac{20a^{729}b^{415}c^3 + 2a^{700}b^{400} - 12a^{729}b^{415}c^2}{2a^{700}b^{400}} \quad (1 \text{ punto})$$

$$\frac{20a^{729}b^{415}c^3 + 2a^{700}b^{400} - 12a^{729}b^{415}c^2}{2a^{700}b^{400}} = \frac{2a^{700}b^{400}(10a^{29}b^{15}c^3 + 1 - 6a^{29}b^{15}c^2)}{2a^{700}b^{400}} =$$

$$= \boxed{10a^{29}b^{15}c^3 + 1 - 6a^{29}b^{15}c^2}$$

- 4) Cuatro personas van a hacer un viaje. con el dinero conseguido, tienen para 12 días. Pero quieren llevarse a dos amigos. ¿Para cuántos días tendrán con el mismo dinero y suponiendo que el precio por persona es el mismo? (1 punto)

Las magnitudes relacionadas son *personas* (medidas en *número de personas*) y *días* (medidos en *número de días*). Si es doble el número de personas, con el mismo dinero tendrán para la mitad de días, supuesto que el gasto es idéntico para cada persona. Por tanto, son inversamente proporcionales y empleamos una regla de 3 inversa para resolverlo:

$$\begin{array}{l} \text{Personas} \quad \text{Días} \\ 4 \rightarrow 12 \\ 6 \rightarrow x \end{array} \Rightarrow 4 \cdot 12 = 6 \cdot x \Rightarrow \frac{4 \cdot 12}{6} = x \Rightarrow x = \boxed{8 \text{ días}}$$

Tendrían, pues, para 8 días.

- 5) Tres socios invierten 300€, 500€ y 800€ en un negocio, del que obtienen un beneficio neto de 4800€. ¿Cómo deben repartirse dicho beneficio, de forma que cada uno reciba de forma proporcional al dinero que invirtió? (1 punto)

	Inversión	Beneficio
Socio A	300	x
Socio B	500	y
Socio C	800	z
Total	1600	4800

Se trata de un *reparto directamente proporcional*, pues quien invirtió el doble que otro, debe recibir el doble.

$$\begin{array}{l} \text{Socio A:} \\ \text{Socio B:} \\ \text{Socio C:} \end{array} \begin{array}{l} 300 \rightarrow x \\ 500 \rightarrow x \\ 800 \rightarrow x \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{300} = \frac{4800}{1600} \Rightarrow x = 300 \cdot 3 = \boxed{900€}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{500} = \frac{4800}{1600} \Rightarrow y = 500 \cdot 3 = \boxed{1500€}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{800} = \frac{4800}{1600} \Rightarrow z = 800 \cdot 3 = \boxed{2400€}$$

Comprobación: $900 + 1500 + 2400 = 4800€$

- 6) Una tienda tenía 20 artículos a la venta. En un momento determinado, habían vendido 6. ¿Qué tanto por ciento de artículos habían vendido? (No hacer mediante regla de 3). (1 punto)

$$\% = \frac{\text{Parte}}{\text{Total}} \cdot 100 = \frac{6}{20} \cdot 100 = 6 \cdot 5 = \boxed{30 \%}$$

Habían vendido el 30% de los artículos.

- 7) Un frigorífico costaba 1300€, pero tenía determinado tanto por ciento de descuento. Sobre el precio con el descuento, se le hace un 15% adicional y queda en 663€ como precio final. ¿Cuál era el tanto por ciento de descuento inicial? Y, ¿cuál es el tanto por ciento global de descuento realizado (es decir, incluyendo las dos rebajas)? (1 punto)

Sea c el *coeficiente de disminución porcentual*, que es $c = 1 - i$, siendo i el tanto por uno (tanto por ciento dividido entre 100) de descuento que buscamos. Después de la primera rebaja, el frigorífico costaba, entonces:

$$1300c$$

A este precio le hacen el 15% de descuento. El *coeficiente de disminución porcentual* correspondiente es $1 - 0,15 = 0,85$. Y sabemos el resultado final: 663€. Por tanto:

$$1300 \cdot c \cdot 0,85 = 663 \Rightarrow 1105c = 663 \Rightarrow c = \frac{663}{1105} = 0,6$$

Si 0,6 es el *coeficiente de disminución porcentual* correspondiente, el tanto por uno de descuento era de $1 - 0,6 = 0,4 \Rightarrow$ El tanto por ciento es $0,4 \cdot 100 = \boxed{40\%}$

Otra forma de hacerlo sería la siguiente. Es lo mismo hacer primero el tanto por ciento de descuento desconocido y luego el 15% que hacer primero el 15% y luego el otro. Si procedemos de esta última forma, el frigorífico, tras el 15% de descuento pasa a valer:

$$1300 \cdot 0,85 = 1105$$

A este precio se le hace el tanto por ciento desconocido de descuento. Y cuesta 663. Es decir, que se descuentan $1105 - 663 = 442\text{€}$. Entonces, dicho descuento supone el:

$$\% = \frac{\text{Parte}}{\text{Total}} \cdot 100 = \frac{442}{1105} \cdot 100 = \frac{44200}{1105} = \boxed{40\%}$$

Por último, el descuento global realizado no es $40 + 15 = 55$, sino, trabajando con *coeficientes de disminución porcentual*:

$$0,6 \cdot 0,85 = 0,51 \Rightarrow \text{tanto por uno de descuento} = 1 - 0,51 = 0,49 \Rightarrow \\ \Rightarrow \% \text{ de descuento global: } \boxed{49\%}$$

Otra forma de calcularlo es, al igual que antes, teniendo en cuenta que el % no es más que la proporción (*Parte / Total*) multiplicada por cien:

$$\text{Descuento global} = 1300 - 663 = 637 \Rightarrow \% = \frac{\text{Parte}}{\text{Total}} \cdot 100 = \frac{637}{1300} \cdot 100 = \boxed{49\%}$$

y se sigue apreciando que no coincide con la suma de los porcentajes de descuento sucesivos $40 + 15 = 55$.