

Problemas de Estadística 2º Bachillerato (CS)

Abril 2006

Problema 1 En una población una variable aleatoria sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 2.

1. Observada una muestra de tamaño 400, tomada al azar, se ha obtenido una media muestral igual a 50. Calcule un intervalo, con el 97% de confianza, para la media de la población.
2. Con el mismo nivel de confianza, ¿qué tamaño mínimo debe tener la muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, 1?

Problema 2 Sea una población de elementos [22, 24, 26].

1. Escriba todas las muestras posibles de tamaño 2, escogidas mediante muestreo aleatorio simple.
2. Calcule la varianza de la población.
3. Calcule la varianza de las medias muestrales.

Problema 3 Una variable estadística conocemos que se comporta como una $N(\mu, 10)$. Para estimar μ extraemos una muestra de tamaño 100, cuya media resulta ser igual a 37. Se pide:

1. Estimar μ mediante un intervalo de confianza del 90%.
2. Estimar μ mediante un intervalo de confianza del 95%.
3. Determinar el tamaño de la muestra si deseamos que el error cometido al estimar μ con un nivel de confianza del 99% no exceda a 0,2575.

Problema 4 Una máquina de refrescos está ajustada de tal manera que la cantidad de líquido despachada se distribuye en forma normal con una desviación típica de 0,15 decilitros.

1. Encuentra un intervalo de confianza del 97% para la media de todos los refrescos que sirve esta máquina, si una muestra aleatoria de 36 refrescos tiene un contenido promedio de 2,25 decilitros.
2. Interpreta el significado del intervalo obtenido.

Problema 5 Una variable aleatoria X sigue una distribución normal de media 4 varianza 9:

1. Calcula $P(3,4 \leq X \leq 4,6)$.
2. Encuentra un valor a tal que $P(4 - 6a \leq X \leq 4 + 6a) = 0,75$.

Problema 6 El peso de los alumnos de bachillerato de cierta ciudad tiene una media desconocida y una desviación típica $\sigma = 5,4$ kg. Tomamos una muestra aleatoria de 100 alumnos de bachillerato de esa ciudad.

1. Si la media de la muestra es de 60 kg, calcular con un nivel de confianza del 99% el intervalo de confianza para el peso medio de los alumnos de bachillerato de la ciudad.
2. Se realiza la siguiente afirmación: "el peso medio de los alumnos de bachillerato de esa ciudad está comprendido entre 59 y 61 kg". ¿Con qué nivel de confianza se hace esa afirmación?

Problema 7 Un payés quiere estimar el peso medio de las naranjas que produce, con un error menor que 10 g, utilizando una muestra aleatoria de 81 naranjas. Sabiendo que la desviación típica poblacional es de 36 g, ¿cuál será el máximo nivel de confianza con que realizará la estimación?

Problema 8 Se quiere estimar el sueldo medio de un trabajador del transporte público. Se toma para ello una muestra de 625 de estos trabajadores y se obtiene un sueldo medio muestral de 1480 euros. Si la desviación típica es igual a 250 euros:

1. Con un nivel de confianza del 90%, determinar el intervalo de confianza para el sueldo medio de un trabajador del transporte público.
2. Si se quiere que el error máximo de la estimación sea de 10 euros, hallar el tamaño de la muestra que se debe tomar considerando un nivel de confianza del 99%.

Problema 9 Un fabricante de pilas alcalinas afirma que la desviación típica de la duración de las pilas es de 80 horas.

1. Si $\alpha = 0,1$ y, en una muestra de 50 pilas, la duración media es de 500 horas, determinar el intervalo de confianza para la duración media poblacional.
2. Si la duración de las pilas siguiera una normal de media 500 horas y desviación típica 80 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que la duración media de 9 pilas sea mayor 520 horas?

Problema 10 El tiempo que tardan las cajeras de un supermercado en cobrar a los clientes sigue una ley normal con media desconocida y desviación típica 0,5 minutos. Para una muestra de 25 clientes se obtuvo un tiempo medio de 5,2 minutos.

1. Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95% para el tiempo medio que se tarda en cobrar a los clientes.
2. Indica el tamaño muestral necesario para estimar dicho tiempo medio con un error de $\pm 0,5$ minutos y un nivel de confianza del 95%.

Problema 11 En una encuesta se pregunta a 10.000 personas cuántos libros lee al año, obteniéndose una media de 5 libros. Se sabe que la población tiene una distribución normal con desviación típica 2.

1. Hallar un intervalo de confianza al 80% para la media poblacional.
2. Para garantizar un error de estimación de la media poblacional no superior a 0,25 con un nivel de confianza del 95%, ¿a cuántas personas como mínimo sería necesario entrevistar?

Problema 12 Para una población $N(\mu, \sigma = 25)$, ¿qué tamaño muestral mínimo es necesario para estimar μ mediante un intervalo de confianza, con un error menor o igual que 5 unidades, y con una probabilidad mayor o igual que 0,95?

Problema 13 La duración de las baterías de un determinado modelo de teléfono móvil tiene una distribución normal de media 34.5 horas y una desviación típica de 6.9 horas. Se toma una muestra aleatoria simple de 36 teléfonos móviles.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que la duración media de las baterías de la muestra este comprendida entre 32 y 33.5 horas?
2. ¿Y de que sea mayor de 38 horas?

Problema 14 El tiempo de reacción de una alarma electrónica ante un fallo del sistema es una variable aleatoria normal con desviación típica 1 segundo. A partir de una muestra de 100 alarmas se ha estimado la media poblacional del tiempo de reacción, mediante un intervalo de confianza, con un error máximo de estimación igual a 0.2 segundos. ¿Con qué nivel de confianza se ha realizado la estimación?

Problema 15 Una muestra aleatoria simple de 25 estudiantes responde a un test de inteligencia, obteniendo una media de 100 puntos. Se sabe por experiencia que la variable "inteligencia de todos los estudiantes" es normal con una desviación típica igual a 10, pero se desconoce la media. ¿Entre qué límites se hallará la verdadera inteligencia media de todos los estudiantes, con un nivel de confianza de 99%?

Problema 16 Se supone que la distribución de la temperatura del cuerpo humano en la población tiene de media 37°C y de desviación típica $0,85^{\circ}\text{C}$. Se elige una muestra de 105 personas y se pide:

1. Calcular la probabilidad de que la temperatura media sea menor de $36,9^{\circ}\text{C}$.
2. Calcular la probabilidad de que la temperatura media esté comprendida entre $36,5^{\circ}\text{C}$ y $37,5^{\circ}\text{C}$.

Problema 17 La puntuación que obtienen los niños en cierto test psicológico sigue una distribución $N(\mu, 35)$. Sabiendo que en una muestra de 50 niños se observó una media de 75 puntos,

1. Calcular un intervalo de confianza del 90% para la media poblacional;
2. calcular un intervalo de confianza del 94% para la media poblacional y compararlo con el anterior;
3. si se quiere disminuir el error máximo en el primer apartado, ¿qué deberá hacerse?

Problema 18 En una gran ciudad la desviación típica del gasto medio semanal de los jóvenes es de 6 euros. Elegidos 100 jóvenes, su gasto semanal es de 25 euros. Determine el intervalo de confianza del 95% para dicho gasto medio, explicando los pasos para obtener el resultado.

Problema 19 Un fabricante de electrodomésticos sabe que la vida media de éstos sigue una normal con media $\mu = 100$ meses y desviación típica $\sigma = 12$ meses.

Determinese el mínimo tamaño muestral que garantiza, con una probabilidad de 0,98, que la vida media de los electrodomésticos en dicha muestra se encuentra entre 90 y 110 meses.

Problema 20 Se desea estudiar el gasto semanal de fotocopias, en euros, de los estudiantes de bachillerato de Madrid. Para ello, se ha elegido una muestra aleatoria de 9 de estos estudiantes, resultando los valores siguientes para estos gastos

10 15 9 7 7,5 10,5 20 12 8

Se supone que la variable aleatoria objeto de estudio sigue una distribución normal de media desconocida y de desviación típica igual a 1,2.

Determina un intervalo de confianza del 95% para la media del gasto semanal en fotocopias por estudiante.