

Relación Problemas Tema 9: La luz y las ondas electromagnéticas

Problemas

1.- Una onda electromagnética (o.e.m.) cuya frecuencia es de 10^{14} Hz y cuyo campo eléctrico, de 2 V/m de amplitud, está polarizado en la dirección del eje OY, se propaga en el vacío, en el sentido negativo del eje OX.

- Escribir la expresión del campo eléctrico de la onda electromagnética
- Calcular la longitud de onda e indicar la dirección del campo magnético de la onda ($c=3\cdot 10^8$ m/s)

a) La expresión del campo eléctrico viene dada por: $E = E_0 \text{sen}(\omega t - kx)$, como dicen que se desplaza en el sentido negativo del eje x, será: $E = E_0 \text{sen}(\omega t + kx)$ como dice que la amplitud es de 2 V/M, quiere decir que $E_0 = 2$, además nos dan la frecuencia.

Sabemos que $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 10^{14} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, además $V = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = c$ por tanto, podemos calcular la

longitud de onda mediante: $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{10^{14} \text{ Hz}} = 3\cdot 10^{-6} \text{ m}$ y como $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3\cdot 10^{-6}} = 2,1\cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$.

Con todo esto podemos escribir la expresión del campo eléctrico.

$$E = 2\text{sen}(2\pi \cdot 10^{14}t + 2,1 \cdot 10^6 x) \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$$

Como el campo eléctrico es una magnitud vectorial, necesitamos una dirección. Nos dicen que el campo está polarizado en la dirección OY, o lo que es lo mismo que de todas las direcciones posibles solo se propaga en la dirección j.

$$\vec{E} = 2\cdot\text{sen}(2\pi \cdot 10^{14}t + 2\cdot 10^6 x) \hat{j} \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$$

b) La longitud de onda la he calculado en el apartado anterior, para poder escribir la ecuación del campo eléctrico.

Sabemos que el campo magnético, el campo eléctrico y la velocidad de propagación de la onda son perpendiculares, así que si el campo eléctrico va en la dirección \hat{j} y la onda se desplaza en la dirección \hat{i} , entonces el campo magnético lo hará en la dirección de \hat{k} . Por tanto el campo magnético estará polarizado en la dirección del eje Z.

2.- Una o.e.m. plana (polarizada) tiene un campo eléctrico de amplitud 3 V/m y una frecuencia de 1 MHz. Determinar la ecuación de onda que representa al campo eléctrico si la onda avanza en el eje Y y el campo está polarizado en el eje Z. Calcula asimismo la dirección del campo magnético.

La expresión del campo eléctrico viene dada por: $E = E_0 \text{sen}(\omega t - ky)$, como dicen que se desplaza en el sentido positivo del eje y, será: $E = E_0 \text{sen}(\omega t - ky)$ como dice que la amplitud es de 3 V/M, quiere decir que $E_0 = 3$, además nos dan la frecuencia.

Sabemos que $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 10^6 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, además $V = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = c$ por tanto, podemos calcular la

longitud de onda mediante: $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{10^6 \text{ Hz}} = 300 \text{ m}$ y como $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{300} = 0,021 \text{ m}^{-1}$.

Con todo esto podemos escribir la expresión del campo eléctrico.

$$E = 3\text{sen}(2\pi \cdot 10^6 t - 2,1 \cdot 10^{-2} y) \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$$

Como el campo eléctrico es una magnitud vectorial, necesitamos una dirección. Nos dicen que el campo está polarizado en el eje Z, o lo que es lo mismo que de todas las direcciones posibles solo se propaga en la dirección \hat{k} .

$$\vec{E} = 3 \cdot \text{sen}(2\pi \cdot 10^6 t - 2,1 \cdot 10^{-2} y) \hat{k} \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

Al igual que en el ejercicio anterior, el campo magnético, el campo eléctrico y la velocidad de propagación de la onda son perpendiculares, así que si el campo eléctrico va en la dirección \hat{k} y la onda se desplaza en la dirección \hat{j} , entonces el campo magnético lo hará en la dirección de \hat{i} . Por tanto el campo magnético estará polarizado en la dirección del eje X.

3.- Una antena emite una onda electromagnética de frecuencia 50 kHz. a) Calcule su longitud de onda.
b) Determine la frecuencia de una onda sonora de la misma longitud de onda.
($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $v_{\text{sonido}} = 340 \text{ m/s}$)

a) La velocidad de propagación de una onda electromagnética es $V = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = c$, por tanto, podemos

calcular la longitud de onda mediante: $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{5 \cdot 10^4 \text{ Hz}} = 6000 \text{ m}$

b) La velocidad de una onda sonora, es la velocidad del sonido, así que para calcular la frecuencia de una onda sonora de la misma longitud de onda no tenemos más que despejar la frecuencia de la expresión $\lambda = \frac{V}{\nu}$, y esto nos da:

$$\nu = \frac{V}{\lambda} = \frac{340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{6000 \text{ m}} = 0,056 \text{ Hz}$$

4.- El espectro visible en el aire está comprendido entre las longitudes de onda 380 nm (violeta) y 780 nm (rojo).

a) Calcule las frecuencias de estas radiaciones extremas. ¿Cuál de ellas se propaga a mayor velocidad?

b) Determine entre qué longitudes de onda está comprendido el espectro visible en el agua, cuyo índice de refracción es 4/3. ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)

a) La frecuencia de una radiación se calcula mediante la expresión $\nu = \frac{V}{\lambda}$, así que para la luz violeta tenemos:

$$\nu_{\text{violeta}} = \frac{V}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{3,8 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 7,89 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Mientras que para el rojo será:

$$\nu_{\text{rojo}} = \frac{V}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{7,8 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3,85 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

La velocidad de ambas luces es la misma siempre y cuando el medio no sea dispersivo, en caso contrario no serían la misma puesto que ésta dependería de la frecuencia y como hemos observado las frecuencias de cada una de las radiaciones es diferente.

b) Si el índice de refracción es 4/3, esto quiere decir que el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en dicho medio es 4/3, o lo que es lo mismo que la velocidad ha cambiado.

Si calculamos la velocidad de propagación de la luz en el nuevo medio, tenemos:

$$n = \frac{c}{V} \Rightarrow V = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{4/3} = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Por tanto las longitudes de onda de cada una de las radiaciones ahora serán, despejando de $V = \lambda \cdot \nu$:

$$\lambda_{\text{violeta}} = \frac{V}{f} = \frac{2,25 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{7,89 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 285 \text{ nm} \qquad \lambda_{\text{rojo}} = \frac{V}{f} = \frac{2,25 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{3,85 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 585 \text{ nm}$$

5.- Una onda electromagnética tiene, en el vacío, una longitud de onda de $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

a) Determine la frecuencia y el número de onda.

b) Si dicha onda entra en un determinado medio, su velocidad se reduce a $3c/4$. Determine el índice de refracción del medio y la frecuencia y la longitud de onda en dicho medio. ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

a) En el vacío la velocidad de propagación es $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Sabemos que la velocidad de propagación se calcula mediante: $V = c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$, como conocemos la longitud de onda y la velocidad, podemos calcular la frecuencia sin más que despejar de la ecuación anterior:

$$V = c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Del tema de ondas sabemos que el número de onda se calcula mediante: $K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 1,26 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

b) Si $V = \frac{3c}{4}$, como el índice de refracción es el cociente de la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en dicho medio, tenemos que: $n = \frac{c}{V} = \frac{c}{\frac{3c}{4}} = \frac{4}{3} = 1,33$

Como la frecuencia de una onda no varía cuando la luz cambia de medio, entonces la frecuencia seguirá siendo de $6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

Para calcular la longitud de onda volvemos a utilizar la expresión:

$$V = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{3c}{4 \cdot f} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 375 \text{ nm}$$

6. Un rayo de luz de 500 nm de longitud de onda, propagándose por el aire, entra en un bloque de vidrio formando un ángulo de 30° con la normal. Sabiendo que el índice de refracción de ese vidrio es de $1,5$, calcular:

- Ángulo que forma con la normal el rayo refractado.
- Longitud de onda del rayo refractado
- Ángulo límite del vidrio. Explicar qué significa dicho ángulo.

Considerar que en el aire la luz se propaga a igual velocidad que en el vacío. ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

a) Si aplicamos la ley de Snell, $n_1 \cdot \text{sen} \alpha_1 = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_2$, como tenemos los dos índices de refracción y el ángulo de incidencia, podemos despejar el ángulo de refracción:

$$\text{sen} \alpha_2 = \frac{n_1 \cdot \text{sen} \alpha_1}{n_2} = \frac{1 \cdot \text{sen} 30}{1,5} = \frac{0,5}{1,5} = \frac{1}{3}$$

De aquí, el ángulo de refracción será:

$$\alpha_2 = \text{Arcsen}\left(\frac{1}{3}\right) = 19,47^\circ$$

b) Para calcular la longitud de onda del rayo refractado, utilizamos $V = \lambda \cdot f$, de donde:

$$\lambda = \frac{V}{f} = \frac{\frac{C}{n}}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{6 \cdot 10^{14}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{1,5 \cdot 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 333 \text{ nm}$$

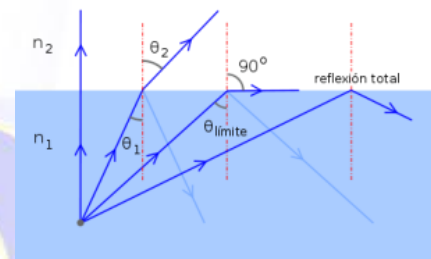
c) **Reflexión total** es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz, atravesando un medio de índice de refracción n_2 menor que el índice de refracción n_1 en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor límite, α_L . Para ángulos mayores la luz deja de atravesar la superficie y es reflejada internamente de manera total. La reflexión total solamente ocurre en rayos viajando de un medio de alto índice refractivo hacia medios de menor índice de refracción.

El **ángulo límite** también es el ángulo mínimo de incidencia a partir del cual se produce la reflexión total. El ángulo de incidencia se mide respecto a la normal de la separación de los medios. El ángulo límite viene dado por:

$$\alpha_L = \text{Arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción de los medios con $n_2 > n_1$. Vemos que esta ecuación es una simple aplicación de la ley de Snell donde el ángulo de refracción es 90° .



Según todo esto:

$$\alpha_L = \text{Arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \text{Arcsen}\left(\frac{1}{1,5}\right) = 41,81^\circ$$

Por tanto, el ángulo límite es aproximadamente de 42° .

7. Un rayo de luz amarilla de 580 nm en el aire, pasa a un cierto cristal en el que su longitud de onda pasa a ser de $5 \cdot 10^{-7}$ m.

a) Calcular razonadamente frecuencia y velocidad de propagación en cada medio.

b) Si el rayo refractado forma 30° con la normal a la frontera que separa a los dos medios, ¿Con qué ángulo incidió el rayo? Razonar, realizando un esquema de rayos.

a) Como estamos en el aire, y en este medio el índice de refracción es aproximadamente 1, tenemos que

$$n = \frac{C}{v} = 1 \Rightarrow V = C = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{De } \lambda = \frac{V}{f} \text{ despejamos la frecuencia y obtenemos: } f = \frac{V}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{580 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 5,17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

En el cristal, como la frecuencia no cambia, y nos dan la longitud de onda, la velocidad vendrá dada, como siempre, por el producto de la longitud de onda por la frecuencia, así que:

$$V = \lambda \cdot f = 500 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 5,17 \cdot 10^{14} \text{ Hz} = 2,59 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Por tanto:

En el aire: $v = 5,17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, $V = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ y en el cristal: $v = 5,17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, $V = 2,59 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

b) Para calcular el ángulo incidente, aplicaremos la Ley de Snell que dice que el producto del índice de refracción de un medio por el seno del ángulo que forma el rayo con la normal se mantiene constante, algebraicamente:

$$n_1 \cdot \text{sen} \alpha_1 = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_2 \quad n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2,59 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 1,16$$

Para ello, necesitamos antes calcular el índice de refracción del cristal, para ello haremos el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en dicho medio:

Así que despejando el ángulo de incidencia de la Ley de Snell, obtenemos:

$$\text{sen} \alpha_1 = \frac{n_2 \cdot \text{sen} \alpha_2}{n_1} = \frac{1,16 \cdot \text{sen} 30}{1} = 0,58$$

que haciendo el arco seno nos da:

$$\alpha_1 = \text{Arcsen}(0,58) = 35,45^\circ$$

8.- Un haz de luz roja penetra en una lámina de vidrio, de 30 cm de espesor, con un ángulo de incidencia de 45°

a) Explique si cambia el color de la luz al penetrar en el vidrio y determine el ángulo de refracción.

b) Determine el ángulo de emergencia (ángulo del rayo cuando sale después de atravesar la lámina). ¿Qué tiempo tarda la luz en atravesar la lámina de vidrio? ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $n_{\text{vidrio}} = 1,3$)

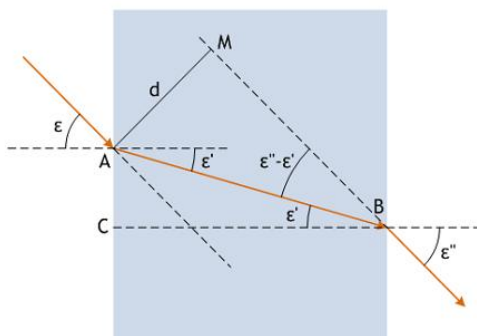
a) Al incidir con una luz monocromática no se da el fenómeno de la dispersión. Sí que es verdad que la longitud de onda va a cambiar, pero como la frecuencia es la misma, el color de la luz seguirá siendo el mismo.

Para determinar el ángulo de refracción, aplicamos la Ley de Snell $n_1 \cdot \text{sen} \varepsilon = n_2 \cdot \text{sen} \varepsilon'$ ya que disponemos de todos los datos; si despejamos, tenemos:

$$\text{sen} \varepsilon' = \frac{n_1 \cdot \text{sen} \varepsilon}{n_2} = \frac{1 \cdot \text{sen} 45}{1,3} = 0,54$$

Por tanto, el ángulo de refracción será:

$$\varepsilon' = \text{Arcsen}(0,54) = 32,95^\circ$$



b) La figura recoge la marcha del rayo dentro de la lámina de caras plano-paralelas, y debe ser estudiada con atención. Aplicando la Ley de Snell a la primera lámina tenemos:

$$1 \cdot \text{sen} \varepsilon = n_2 \cdot \text{sen} \varepsilon'$$

Y en la segunda cara de la lámina, después del recorrido AB dentro de la misma, la ley de Snell se escribe:

$$n \cdot \text{sen} \theta_i = 1 \cdot \text{sen} \theta_e$$

Puesto que, por evidente observación de la figura, el ángulo de refracción en la primera cara y el de incidencia de la segunda son iguales. De igualar ambas expresiones tenemos:

$$1 \cdot \text{sen} \varepsilon = n_2 \cdot \text{sen} \varepsilon' = 1 \cdot \text{sen} \varepsilon''$$

Y por tanto:

$$1 \cdot \text{sen} \theta_i = 1 \cdot \text{sen} \theta_e$$

De donde, el ángulo de emergencia es el mismo que el ángulo de incidencia.

$$\theta_i = \theta_e = 45^\circ$$

Para calcular el tiempo, utilizamos:

$$V = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{V}$$

Para ello necesitamos la velocidad de la luz en el vidrio, que la calculamos utilizando el índice de refracción:

$$n = \frac{C}{V} \Rightarrow V = \frac{C}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{1,3} = 2,3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Y calcular también el espacio recorrido por la luz:

El espacio recorrido por la luz es la diagonal AB del triángulo rectángulo definido por AB y el ángulo ε' . Por tanto:

$$\cos \varepsilon' = \frac{d}{AB} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{d}{\cos \varepsilon'} = \frac{30 \text{ cm}}{\cos 32,95^\circ} = 35,75 \text{ cm}$$

Y con todo esto ya podemos calcular el tiempo:

$$t = \frac{s}{V} = \frac{0,3575 \text{ m}}{2,3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}} = 1,55 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

Por tanto el tiempo en atravesar la lámina es de 1,55 ns

9. Tenemos una lupa de 10 cm de distancia focal. Colocamos un objeto de 1 cm a cierta distancia de la lupa. Razonar las características de la imagen y calcular su tamaño y posición si:

- El objeto está a 15 cm de la lupa.
- El objeto está a 5 cm de la lupa.

- a) La ecuación de una lupa, por ser una lente convergente, es $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$, como nos dan $f' = 10 \text{ cm}$ y $s = -15 \text{ cm}$, sin más que sustituir, obtenemos s:

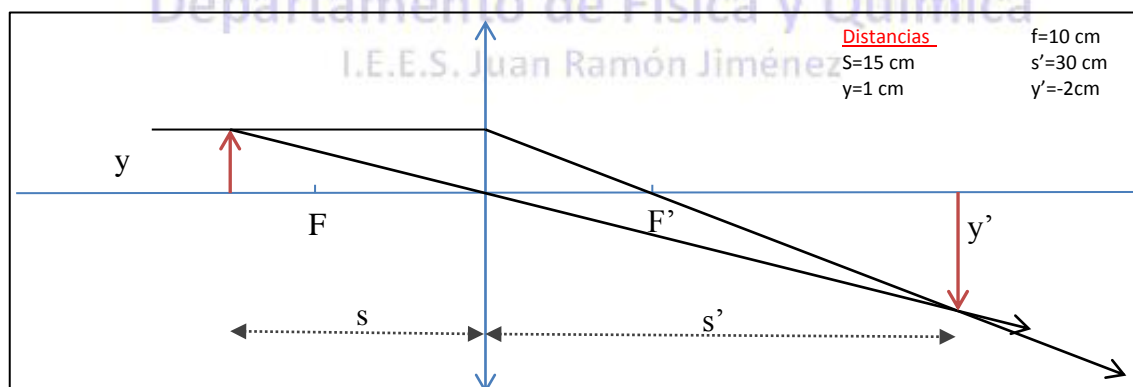
$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{s + f'}{s \cdot f'} \Rightarrow s' = \frac{s \cdot f'}{s + f'} = \frac{-15 \cdot 10}{-15 + 10} = \frac{-150}{-5} = 30 \text{ cm}$$

Por tanto la imagen se encuentra a 30 cm a la derecha de la lupa.

Para calcular el tamaño, utilizamos el aumento lateral: $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = \frac{s' \cdot y}{s} = \frac{30 \cdot 1}{-15} = -2 \text{ cm}$

Por tanto el tamaño de la imagen es de 2 cm.

Así que tenemos que la Imagen es **real, invertida y mayor**.



b) En este caso $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$, $f'=10$ cm y $s=-5$ cm, sustituimos y obtenemos s:

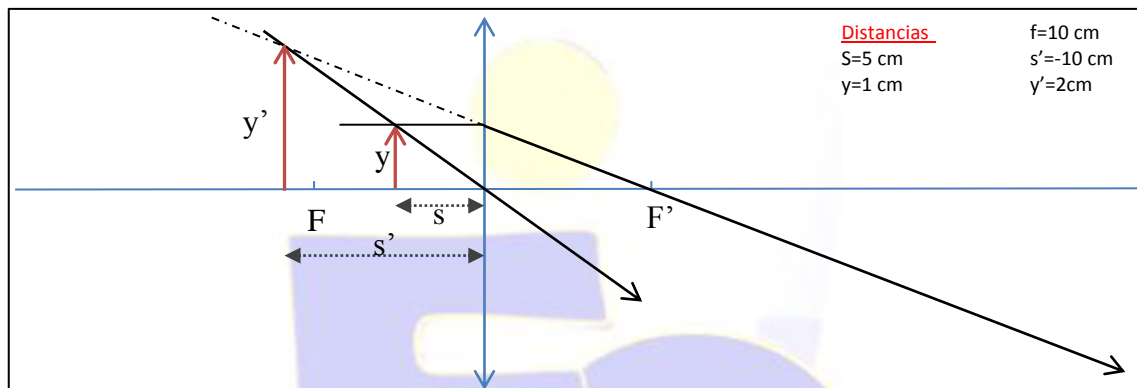
$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{s+f'}{s \cdot f'} \Rightarrow s' = \frac{s \cdot f'}{s+f'} = \frac{-5 \cdot 10}{-5+10} = \frac{-50}{+5} = -10 \text{ cm}$$

Por tanto la imagen se encuentra a 10 cm a la izquierda de la lupa.

Para calcular el tamaño, utilizamos el aumento lateral: $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = \frac{s' \cdot y}{s} = \frac{-10 \cdot 1}{-5} = 2$ cm

Por tanto el tamaño de la imagen es de 2 cm.

Así que tenemos que la Imagen es **virtual, derecha y mayor**.



10. a) Repetir el ejercicio anterior con una lente divergente de la misma distancia focal.

b) Repetir el ejercicio anterior con un espejo cóncavo esférico de 16 cm de radio.

a) Si se trata de una **lente divergente** de la misma focal, tenemos que $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$, con $f'=-10$ cm y $s=-15$ cm, sustituyendo:

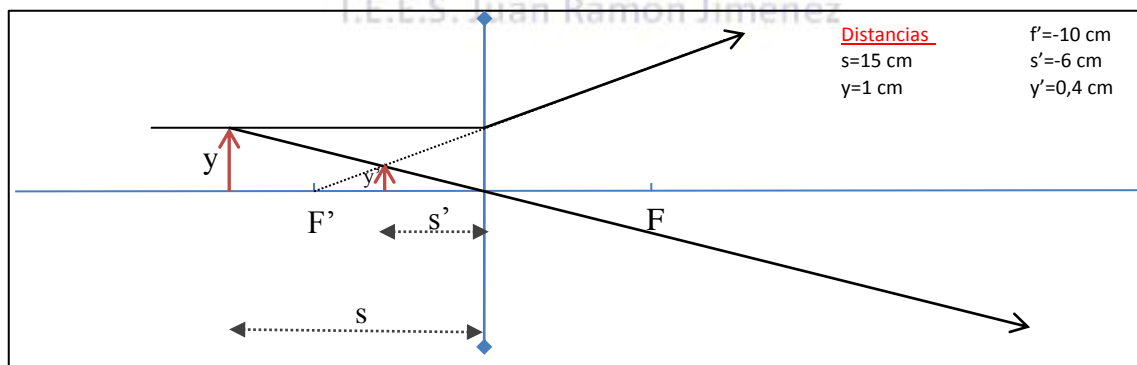
$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{s+f'}{s \cdot f'} \Rightarrow s' = \frac{s \cdot f'}{s+f'} = \frac{15 \cdot 10}{-15-10} = \frac{150}{-25} = -6 \text{ cm}$$

Por tanto la imagen se encuentra a 6 cm a la izquierda de la lupa.

Para calcular el tamaño, utilizamos el aumento lateral: $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = \frac{s' \cdot y}{s} = \frac{-6 \cdot 1}{-15} = 0,4$ cm

Por tanto el tamaño de la imagen es de 0,004 m.

Así que tenemos que la Imagen es **real, derecha y menor**.



b) En este caso $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$, $f' = -10$ cm y $s = -5$ cm, sustituimos y obtenemos s:

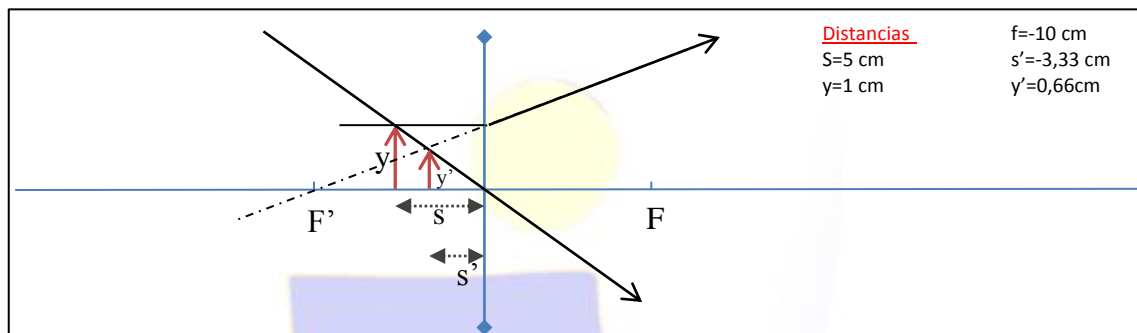
$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{s + f'}{s \cdot f'} \Rightarrow s' = \frac{s \cdot f'}{s + f'} = \frac{5 \cdot 10}{-5 - 10} = \frac{50}{-15} = -3,33 \text{ cm}$$

Por tanto la imagen se encuentra a 3,33 cm a la izquierda de la lupa.

Para calcular el tamaño, utilizamos el aumento lateral: $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = \frac{s' \cdot y}{s} = \frac{-3,33 \cdot 1}{-5} = 0,66$ cm

Por tanto el tamaño de la imagen es de 0,66 cm.

Así que tenemos que la Imagen es **real, derecha y menor**.



c) Si se trata de un **espejo cóncavo esférico** de 16 cm de radio, tenemos que la ecuación de un espejo cóncavo es:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}$$

Por tanto como es cóncavo $R = -16$ cm, $s = -15$ cm, si despejamos obtenemos:

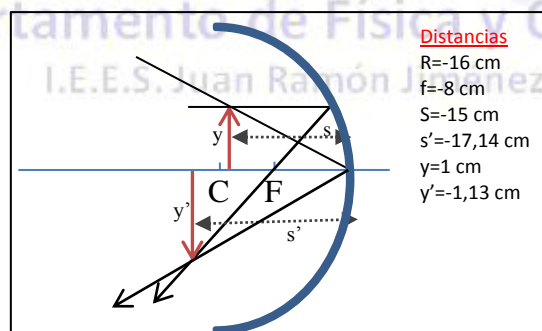
$$\frac{1}{s'} = \frac{2}{R} - \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{2s - R}{R \cdot s} \Rightarrow s' = \frac{R \cdot s}{2s - R} = \frac{-16 \cdot (-15)}{-2 \cdot 15 + 16} = \frac{240}{-46} = -17,14 \text{ cm}$$

La imagen se encuentra a 17 cm a la izquierda del espejo.

Para calcular el tamaño, utilizamos el aumento lateral: $A_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow y' = -\frac{s' \cdot y}{s} = -\frac{17,1}{15} = -1,13$ cm

Por tanto el tamaño de la imagen es de 1,13 cm.

Así que tenemos que la Imagen es **real, invertida y mayor**.



d) Si se trata ahora del mismo **espejo cóncavo esférico** de 16 cm de radio, tenemos que la ecuación de un espejo cóncavo es:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}$$

Por tanto como es cóncavo $R = -16$ cm, $s = -5$ cm, si despejamos obtenemos:

$$\frac{1}{s'} = \frac{2}{R} - \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{2s - R}{R \cdot s} \Rightarrow s' = \frac{R \cdot s}{2s - R} = \frac{-16 \cdot (-5)}{-2 \cdot 5 + 16} = \frac{80}{6} = 13,33 \text{ cm}$$

La imagen se encuentra a 13,33 cm a la derecha del espejo (detrás).

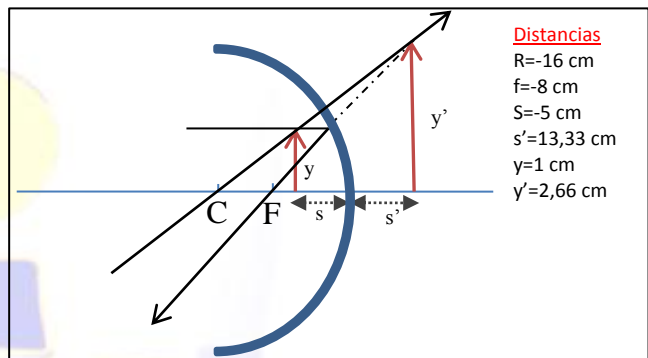
Para calcular el tamaño, utilizamos el aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow y' = -\frac{s' \cdot y}{s} = -\frac{13,33 \cdot 1}{-5} = 2,66 \text{ cm}$$

Por tanto el tamaño de la imagen es de 2,66 cm.

Así que tenemos que la Imagen es **virtual, derecha y mayor**.

El objeto está entre el foco y el vértice



11.- Entre las frecuencias del rojo $4,3 \cdot 10^{14}$ Hz y la del violeta $7,5 \cdot 10^{14}$ Hz se encuentran todos los colores del espectro visible. ¿Cuáles son su período y su longitud de onda?

Sabemos que el periodo es la inversa de la frecuencia, $T = \frac{1}{f}$; por tanto:

$$T_{\text{violeta}} = \frac{1}{f_{\text{violeta}}} = \frac{1}{7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 1,33 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

$$T_{\text{rojo}} = \frac{1}{f_{\text{rojo}}} = \frac{1}{4,3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 2,33 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

De la expresión $v = \frac{\lambda}{T}$ como v es la velocidad de la luz, si despejamos la longitud de onda: $\lambda = v \cdot T$

$$\lambda_{\text{violeta}} = c \cdot T = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \cdot 1,33 \cdot 10^{-15} \text{ s} = 400 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\text{rojo}} = c \cdot T = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \cdot 2,33 \cdot 10^{-15} \text{ s} = 700 \text{ nm}$$

12.- Los índices de refracción del alcohol y del diamante son 1,36 y 2,41 respectivamente. ¿En cuál de los dos medios se propaga la luz más rápidamente?

Como el índice de refracción de un medio es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en dicho medio: $n = \frac{c}{v}$ se propagará más rápido en el de menor índice de refracción, en este caso el alcohol.

13.- Sabiendo que la velocidad de la luz en el agua es de 225000 km/s y de 124481 km/s en el diamante:

- Hallar los índices de refracción absolutos en el agua y en el diamante.
- Hallar el índice de refracción relativo del agua respecto al diamante.

a) Como el índice de refracción de un medio es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en dicho medio: $n = \frac{c}{V}$ si nos piden hallar los índices de refracción, no tenemos más que sustituir valores en la ecuación anterior y obtener el índice de refracción.

$$n_{\text{agua}} = \frac{c}{V} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{2,25 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} = 1,33 \qquad n_{\text{diamante}} = \frac{c}{V} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{1,24481 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} = 2,41$$

b) En óptica se suele comparar la velocidad de la luz en un medio transparente con la velocidad de la luz en el vacío, mediante el llamado **índice de refracción absoluto n** del medio: se define como el cociente entre la velocidad c de la luz en el vacío y la velocidad v de la luz en el medio, es decir:

$$n = \frac{c}{V}$$

Dado que c es siempre mayor que v , n resulta siempre mayor o igual que la unidad. Conforme se deduce de la propia definición cuanto mayor sea el índice de refracción absoluto de una sustancia tanto más lentamente viajará la luz por su interior.

Si lo que se pretende es comparar las velocidades v_1 y v_2 de dos medios diferentes se define entonces el **índice de refracción relativo del medio 1 respecto del 2** como cociente entre ambas:

$$n_{12} = \frac{V_1}{V_2}$$

o en términos de índices de refracción absolutos,

$$n_{12} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{c/V_1}{c/V_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Un índice de refracción relativo n_{12} menor que 1 indica que en el segundo medio la luz se mueve más rápidamente que en el primero.

En nuestro caso, el índice de refracción relativo será: $n_{\text{agua-diamante}} = \frac{n_{\text{agua}}}{n_{\text{diamante}}} = \frac{1,33}{2,41} = 0,55$

14.- Los índices de refracción del alcohol y del diamante son 1,36 y 2,41 respectivamente. Calcular:

- El índice de refracción del alcohol respecto al diamante.
- El índice de refracción del diamante respecto al alcohol.

El índice de refracción relativo de un medio con respecto a otro es el cociente entre los índice de refracción de ambos medios, por tanto:

$$n_{\text{alcohol-diamante}} = \frac{n_{\text{alcohol}}}{n_{\text{diamante}}} = \frac{1,36}{2,41} = 0,56 \qquad n_{\text{diamante-alcohol}} = \frac{n_{\text{diamante}}}{n_{\text{alcohol}}} = \frac{2,41}{1,36} = 1,77$$

15.- Calcular la velocidad de la luz en el aceite ($n = 1,45$) y en el vidrio para botellas ($n = 1,52$).

La velocidad de la luz en un medio se calcula como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y el índice de refracción de dicho medio, por tanto: $V = \frac{c}{n}$, de aquí:

$$V_{\text{aceite}} = \frac{c}{n_{\text{aceite}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{1,45} = 2,069 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \qquad V_{\text{vidrio}} = \frac{c}{n_{\text{vidrio}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{1,52} = 1,974 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

16.- Hallar la longitud de onda y la velocidad de propagación de una luz naranja de $5 \cdot 10^{14}$ Hz de frecuencia cuando atraviesa un cristal de cuarzo, cuyo índice de refracción es 1,544.

La longitud de onda de una luz la calculamos despejando λ de la expresión $V = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$

$$\lambda = \frac{V}{f}$$

Como V está relacionada con n mediante la expresión:

$$n = \frac{c}{V}$$

Si despejamos V , tenemos:

$$V = \frac{c}{n}$$

Y por tanto, la longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{c}{n \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{1,544 \cdot 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 388 \text{ nm}$$

La velocidad de la luz en un medio se calcula como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y el índice de refracción de dicho medio, por tanto: $V = \frac{c}{n}$, de aquí:

$$V_{\text{cuarzo}} = \frac{c}{n_{\text{cuarzo}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{1,544} = 1,943 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Cuestiones Teóricas

1. a) Describa brevemente el modelo corpuscular de la luz. ¿Puede explicar dicho modelo los fenómenos de interferencia luminosa?

El modelo corpuscular de la luz indica que la energía que transporta una onda electromagnética es proporcional a su frecuencia. Esto hace que la luz no se pueda estudiar siempre como una onda y que sea necesario considerarla como una especie de partícula. El hecho de que en ocasiones una onda electromagnética pueda considerarse como partícula no impide que existan fenómenos puramente ondulatorios como la interferencia, pero no los pueden explicar.

b) Dos rayos de luz inciden sobre un punto ¿Pueden producir oscuridad? Explique razonadamente este hecho.

Si los dos rayos luminosos vienen dados por una onda de las mismas características, frecuencia, y longitud de onda, pero que se propagan en sentido contrario, podría formarse una interferencia, y si en ese punto hay un nodo, la amplitud de la onda estacionaria formada por esta interferencia podría ser cero y por tanto producirse oscuridad.

También podría ocurrir que dos ondas luminosas produzcan oscuridad en un punto si llegan a él con un desfase de 180° . En estas circunstancias el signo de una onda y el de la otra son distintos, pero el módulo de ambas coincide. De esta manera las ondas se contrarrestan, produciendo una intensidad nula en el punto considerado, y por tanto, oscuridad.

2. Los rayos X, la luz visible y los rayos infrarrojos son radiaciones electromagnéticas. Ordénalas en orden creciente de sus frecuencias e indique algunas diferencias entre ellas.

Los Rayos X tienen una longitud de onda que λ , comprendida en el intervalo (100 ; 0,1) nanómetros, la luz visible en (380 ; 760) nm y los infrarrojos: (760 ; 4000) nm. Sabemos que $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$, por tanto a mayor longitud de onda menor frecuencia. Así que según esto, la de menor frecuencia son los infrarrojos, la siguiente es la luz visible y por último los rayos X.

3. *¿Cambian las magnitudes características de una o.e.m. que se propaga en el aire al penetrar en un bloque de vidrio? Si cambia alguna, ¿aumenta o disminuye? ¿Por qué?*

La frecuencia no cambia, pero si cambiaría su longitud de onda y su velocidad de propagación. Su velocidad de propagación se reduciría porque en el vidrio el índice de refracción es mayor que la unidad y por tanto como la velocidad de propagación en dicho medio es el cociente de la velocidad de la luz en el vacío (o en el aire aproximadamente) y el índice de refracción, tenemos que la velocidad de propagación sería más pequeña.

En cuanto a la longitud de onda, si la velocidad disminuye, como ambas son directamente proporcionales, la longitud de onda también disminuiría.

4. a) *Enuncie las leyes de reflexión y refracción de la luz. Explique las diferencias entre ambos fenómenos.*

b) *Compare lo que ocurre cuando un haz de luz incide sobre un espejo y sobre un vidrio de ventana.*

a) En la refracción de la luz, la luz cambia de medio, y por tanto su velocidad de propagación también cambia dependiendo del índice de refracción del nuevo medio y por tanto su longitud de onda. En la reflexión, al no cambiar de medio, la velocidad no cambia ni la longitud de onda de la luz.

b) Si aplicamos en ambos casos la ley de Snell, como en el caso de reflexión el índice de refracción es el mismo, entonces en ángulo de incidencia es el mismo que el ángulo reflejado. En el caso de la refracción, como cambia el índice, si cambiamos de un medio a otro de mayor índice, el rayo se acercará a la normal de la superficie de separación, mientras que si el medio es de menor n , el rayo se alejará de la normal para tratar de compensar el hecho de que el producto del índice de refracción por el seno del ángulo que forma sea constante (según la Ley de Snell).

5.- a) *Las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío con velocidad c . ¿Cambia su velocidad de propagación en un medio material? Defina el índice de refracción de un medio.*

Sí. Porque dicho medio material, tendrá un índice de refracción mayor que 1, y como el índice de refracción es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en dicho medio, entonces al ser n mayor que uno, tenemos que la velocidad de la luz disminuye en el medio material.

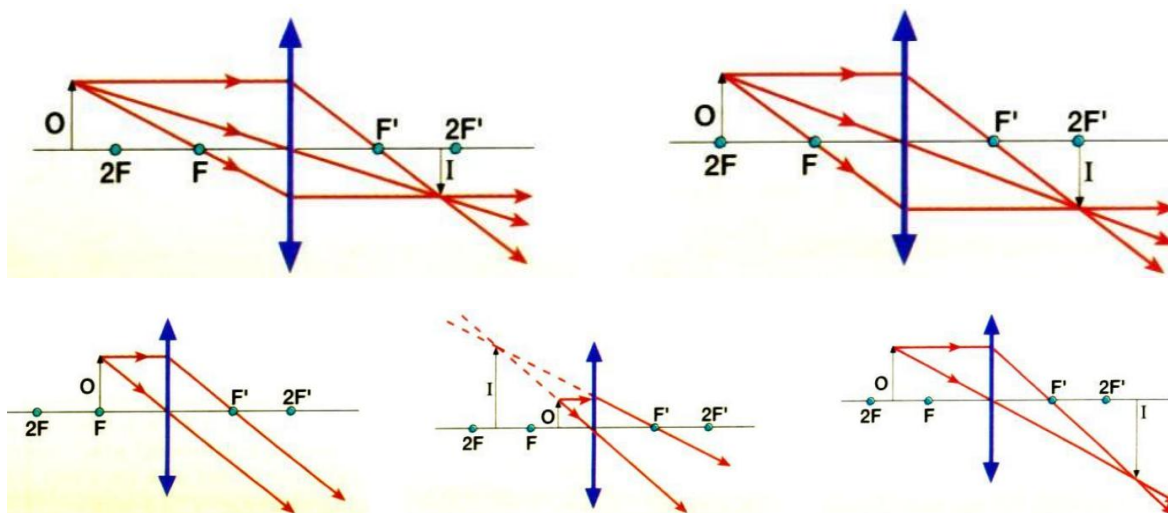
b) *Sitúe, en orden creciente de longitud de onda, las siguientes regiones del espectro electromagnético: infrarrojo, rayos X, ultravioleta y luz visible. Dos colores del espectro visible: rojo y verde, por ejemplo, ¿pueden tener la misma intensidad? ¿Y la misma frecuencia?*

$$\lambda \text{ Infrarrojo} < \lambda \text{ luz visible} < \lambda \text{ ultravioleta} < \lambda \text{ rayos x}$$

Como dos colores distintos tienen distinta longitud de onda λ , también tendrán distinta frecuencia debido a que la frecuencia y la longitud de onda son magnitudes directamente inversamente proporcionales, por tanto no pueden tener la misma frecuencia. En cuanto a la intensidad, sabemos que la intensidad, I , (de un movimiento ondulatorio), estamos en ondas electromagnéticas, es la energía que durante 1 segundo pasa por la unidad de superficie colocada perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda, así que según esto, sí podrían tener la misma intensidad.

6. *Una lupa produce imágenes derechas de objetos cercanos e invertidas de los lejanos. Utilizando trazado de rayos, ¿Dónde está el límite de distancia del objeto a la lente entre ambos casos? ¿Son las imágenes virtuales o reales? Razonar.*

El límite se encuentra al situar el objeto en el foco objeto, cuando está aquí, los rayos salen paralelos y no se cortan ni realmente ni virtualmente

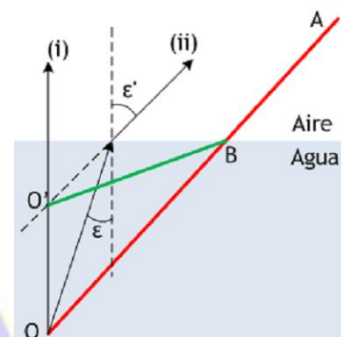


7. Explicar por qué, cuando introducimos una cuchara en un vaso de agua, la vemos como si estuviera rota (o doblada).

La cuchara ABO tiene el trozo BO sumergido en el agua. La imagen del punto O puede construirse empleando dos rayos:

- (i) en dirección perpendicular a la superficie; no se desvía al pasar al aire.
- (ii) un rayo cualquiera, que incide sobre la superficie formando ángulo ϵ con la normal en el punto de incidencia. Al refractarse, se alejará de la normal, formando un ángulo $\epsilon' > \epsilon$.

La imagen de O, entonces, será virtual, ya que los rayos (i) y (ii) divergen después de refractarse, y estará en O'. Por tanto, la cuchara se verá según ABO', doblada en el tramo sumergido en el agua.

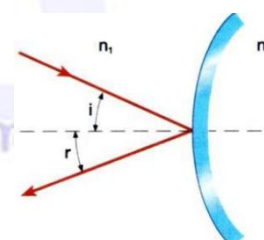


8. Podemos considerar el cristal de una pecera esférica como una lente convergente. Razonar cómo es que vemos a un pez del interior con un tamaño mayor que el que realmente tiene.

Lo vemos mayor, porque el pez se encuentra entre el foco y la lente, o lo que es lo mismo la cara de la pecera, y al encontrarse ahí, la imagen que produce una lente convergentes es virtual, derecha y mayor, así que por eso vemos al pez más grande.

9. Explicar el funcionamiento del espejo retrovisor exterior de un coche. ¿De qué tipo de espejo se trata?

El espejo de las puertas de los coches, es un espejo convexo, cuya utilidad es ver los coches que tenemos detrás o que nos están adelantando en algún momento. Es esférico porque gracias a esto, el ángulo muerto se reduce prácticamente a cero, de forma que en todo momento tenemos un coche que hay detrás de nosotros a la vista.



10.- a) Indique las diferencias que a su juicio existen entre los fenómenos de refracción y de dispersión de la luz. ¿Puede un rayo de luz monocromática sufrir ambos fenómenos?

b) ¿Por qué no se observa dispersión cuando la luz blanca atraviesa una lámina de vidrio de caras plano-paralelas?

a) La refracción es el fenómeno de cambio en la dirección de propagación de la luz cuando pasa de un medio a otro. En última instancia, es un fenómeno debido al cambio de velocidad de la luz de un medio a otro. Imaginemos un rayo de luz no monocromática, digamos luz blanca, propagándose en una determinada dirección en el aire, un medio no dispersivo. La luz blanca contiene todas las frecuencias del visible, desde el rojo hasta el violeta. En el aire, como en el vacío, la velocidad de la luz es la misma para todas las frecuencias:

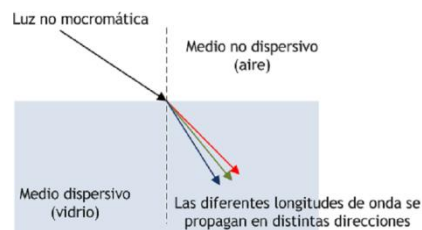
eso es lo que quiere decir que es un medio no dispersivo. Cuando la luz incide con un cierto ángulo sobre una superficie de separación con un medio dispersivo, como el vidrio o el agua, la dirección de propagación se desvía: eso es refracción.

Pero, además, sucede que la luz de una cierta frecuencia, digamos de color rojo, se mueve en el vidrio con diferente velocidad que la luz de otra frecuencia, digamos de color azul. Ya que el ángulo de refracción depende del índice de refracción de ambos medios, de acuerdo a la ley de Snell,

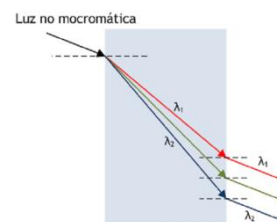
$$n \operatorname{sen} i = n' \operatorname{sen} r$$

y el índice de refracción resulta diferente para la luz de diferentes frecuencias, puede ocurrir que un rayo de luz no monocromática, al pasar a un medio dispersivo difracte cada frecuencia según un ángulo ϵ' diferente, lo que daría base a la dispersión del rayo incidente.

Obviamente, el fenómeno de dispersión no podría suceder si la luz incidente es monocromática: se requiere la presencia de diferentes longitudes de onda.



b) Como se sabe, cuando la luz atraviesa una lámina de caras plano-paralelas el rayo emergente es paralelo al incidente (aunque sufre un desplazamiento). Por tanto, todas las λ presentes en el rayo incidente atravesarían la lámina y emergerían según rayos paralelos al incidente, como se muestra en la figura para un supuesto de dos longitudes de onda λ_1 y λ_2 diferentes. No habría pues, dispersión, ya que las direcciones de los rayos emergentes no son distintas, aunque sí se podría observar un desplazamiento distinto para λ_1 y λ_2 .



11.- Una superficie de discontinuidad plana separa dos medios de índices de refracción n_1 y n_2 . Si un rayo incide desde el medio de índice n_1 , razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- Si $n_1 > n_2$ el ángulo de refracción es menor que el ángulo de incidencia.
- Si $n_1 < n_2$ a partir de un cierto ángulo de incidencia se produce el fenómeno de reflexión total.

La ley de Snell es lo único que necesitamos saber. En la refracción desde el medio 1, con índice n_1 , al medio 2, de índice n_2 , la ley exige que: **$n_1 \cdot \operatorname{sen} i = n_2 \cdot \operatorname{sen} r$**

a) de modo que, si $n_1 > n_2$, se sigue que $\operatorname{sen} r > \operatorname{sen} i \Rightarrow r > i$ y el apartado a) es, por tanto, falso: al pasar a un medio de refracción mayor, el rayo se aleja de la normal.

b) esta vez, puesto que $n_1 < n_2$, se sigue que $\operatorname{sen} i > \operatorname{sen} r \Rightarrow i > r$ de modo que el rayo, en la refracción, se acerca a la normal. En consecuencia, este apartado es también falso: no puede producirse reflexión total, que requiere la condición previa $r > i$.