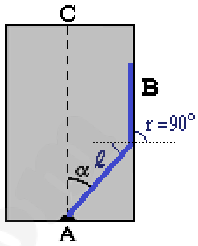
Septiembre 2013. Pregunta 3B.- Se tiene un prisma rectangular de vidrio de índice de refracción 1,48. Del centro de su cara A se emite un rayo que forma un ángulo a con el eje vertical del prisma, como muestra la figura. La anchura del prisma es de 20 cm y la altura de 30 cm.

- **a)** Si el medio exterior es aire, ¿cuál es el máximo valor de α para que el rayo no salga por la cara B? Justifique la respuesta.
- **b)** Si el medio exterior es agua, ¿cuál es el máximo valor de α para que el rayo no salga por la cara B? Para este valor de α, ¿cuál es el ángulo con el que emerge de la cara C?

Datos: Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$; Índice de refracción del agua, $n_{agua} = 1,33$



Solución.

a. El ángulo límite $(\hat{\ell})$, es el ángulo de incidencia al que le corresponde un ángulo de refracción de 90º, produciendo reflexión total y no permitiendo que el rayo salga del medio. Se calcula aplicando la ley de Snell.

$$n_1 \text{ sen } \hat{i} = n_2 \text{ sen } \hat{r}$$

Si $\hat{r} = 90 \Rightarrow \hat{i} = \hat{\ell}$

$$n_1 \text{ sen } \hat{\ell} = n_2 \text{ sen } 90^\circ \qquad \text{sen } \hat{\ell} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1,48} = 0,676 \qquad \hat{\ell} = \text{arcsen } 0,676 = 42,5^\circ$$

Conocido el ángulo límite se calcula α.

$$\alpha = 90 - \ell = 90 - 42,5 = 47,5^\circ$$

b. La primera parte del apartado es igual al apartado a, con la diferencia de que el segundo medio es agua.

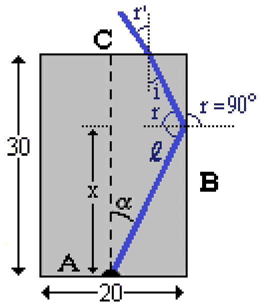
$$n_1 \text{ sen } \hat{i} = n_2 \text{ sen } \hat{r}$$

Si $\hat{r} = 90 \Rightarrow \hat{i} = \hat{\ell}$

$$n_1 \text{ sen } \hat{\ell} = n_2 \text{ sen } 90^\circ \qquad \text{sen } \hat{\ell} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,33}{1,48} = 0,899 \qquad \hat{\ell} = \text{arcsen } 0,899 \approx 64^\circ$$

Conocido el ángulo límite se calcula α.

$$\alpha = 90 - \ell = 90 - 64 = 26^\circ$$



Una vez conocido el ángulo límite, hay que calcular el desplazamiento del rayo por el prisma de vidrio, para comprobar si el rayo reflejado en la cara B, incide sobre la cara C o sobre la opuesta a la B.

$$\text{tg } \ell = \frac{x}{20/2} \Rightarrow x = 10 \text{ tg } \ell = 10 \text{ tg } 64 = 20,5 \text{ cm}$$

Teniendo en cuenta que $20,5 > 30/2$, el rayo reflejado sobre la cara B incide sobre la cara C.

Según las leyes de Snell, el ángulo de incidencia (ℓ) es igual al ángulo de reflexión (r), por lo que podemos calcular el ángulo de incidencia sobre la cara C (i).

$$\hat{r} = \hat{\ell} = 64 \qquad \hat{r} + \hat{i} = 90^\circ \qquad \hat{i} = 90^\circ - \hat{r} = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$$

Conocido el ángulo de incidencia sobre la cara C, aplicando la ley de Snell se calcula el ángulo de emergencia sobre la cara C.

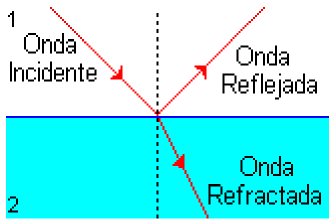
$$n_1 \text{ sen } \hat{i} = n_2 \text{ sen } \hat{r} \qquad \text{sen } \hat{r} = \frac{n_2}{n_1} \text{sen } \hat{i} = \frac{1,48}{1,33} \text{sen} 26^\circ = 29,2^\circ$$

Modelo 2013. Pregunta 4B.-

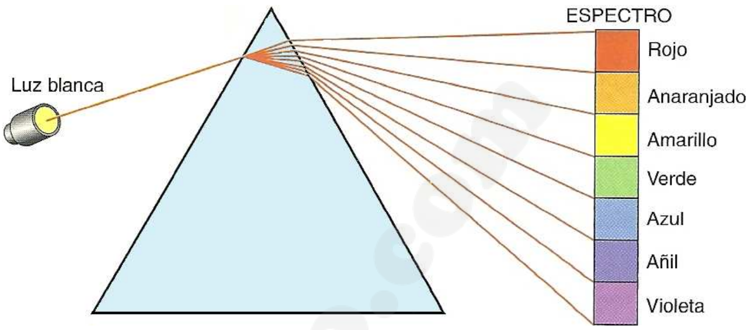
- **a)** Describa brevemente los fenómenos de refracción y dispersión de la luz. ¿Con un rayo de luz monocromática se pueden poner de manifiesto ambos fenómenos?
- **b)** ¿Por qué no se observa dispersión cuando un haz de rayos paralelos de luz blanca atraviesa una lámina de vidrio de caras planas y paralelas?

Solución.

a. La refracción es el cambio que experimenta la dirección de propagación de la luz cuando atraviesa oblicuamente la superficie de separación de dos medios trasparentes de distinta naturaleza.

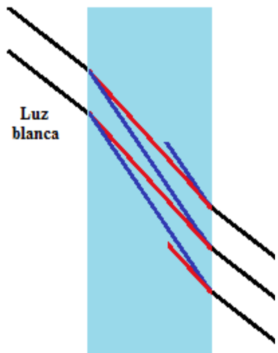


La dispersión es la separación de las ondas de distinta frecuencia que forman luz al atravesar un material, esto es debido a que las luces de distintos colores se propaga en los medios materiales con velocidades diferentes, solo en el vacío, se propagan a igual velocidad. La luz blanca al atravesar un prisma se descompone en los diferentes colores



Con un rayo de luz monocromática solo se manifiesta el fenómeno de la refracción, debido a que para la dispersión es necesario la presencia de luces con diferentes longitudes de onda

b. Cuando la luz atraviesa una lámina de caras plano-paralelas el rayo emergente es paralelo al incidente (aunque sufre un desplazamiento). Al travesar la primera cara, la luz blanca se dispersa en los diferentes colores que la forman, pero en la segunda cara, los rayos de distintas frecuencias procedentes de distintos rayos incidentes, se vuelven a recombinar generando rayos emergentes de luz blanca



Junio 2012. Pregunta 4A.-

a) Explique el fenómeno de la reflexión total y las condiciones-en las que se produce

b) Calcule el ángulo a partir del cual se produce reflexión total entre un medio material en el que la luz se propaga a una velocidad $v = 1{,}5 \times 10^8\ ms^{-1}$ y el aire. Tenga en cuenta que la luz en su propagación pasa del medio material al aire.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$; Índice de refracción del aire, n = 1

Solución.

a. Es el fenómeno que se produce cuando un rayo intenta pasar de un medio a otro y no puede refractarse, reflejándose totalmente en la superficie de separación de ambos medios.

Para que se produzca reflexión total se debe cumplir:

- El medio al que quiere pasar el rayo debe ser menos refringente, $n_2 < n_1$
- El ángulo de incidencia debe ser mayor o igual que el ángulo límite.

b. El apartado se resuelve aplicando la Ley de Snell, siendo 1 el medio material y 2 el aire

$$n_1 \cdot \operatorname{sen} \hat{i} = n_2 \cdot \operatorname{sen} \hat{r}$$

Reflexión total $\left(\hat{r} = 90^{\circ} \rightarrow \hat{i} = \hat{l}\right)$

$$n_1 \cdot \operatorname{sen} \hat{l} = n_2 \cdot \operatorname{sen} 90^{\circ}$$

$$\text{sen}\,\hat{l} = \frac{n_2}{n_1} \ ; \ \hat{l} = \text{arcsen}\,\frac{n_2}{n_1} = \text{arcsen}\,\frac{1}{2} = 30^\circ$$

Modelo 2012. Pregunta 3B.- Un rayo de luz cuya longitud de onda en el vacío es $\lambda = 5{,}9\times10^{-7}$ m se propaga por el interior de una fibra óptica de índice de refracción $n_i = 1{,}5$. Si la fibra óptica tiene un recubrimiento exterior cuyo índice de refracción es $n_e = 1.0$, determine:

- **a)** La velocidad de propagación y la longitud de onda del rayo en el interior de la fibra óptica.
- **b)** El ángulo de incidencia mínimo en la pared interna de la fibra para que el rayo que incida sobre ella no salga a la capa externa.

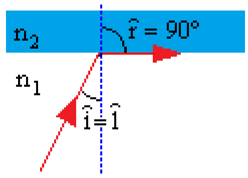
Dato: *Velocidad de la luz en el vacío* = $3{,}00\times10^{8}$ m/s.

Solución.

a. $$\lambda_1 = \frac{\lambda_o}{n_1} = \frac{5{,}9\times10^{-7}}{1{,}5} = 3{,}9\times10^{-7}\ \text{m} \quad \lambda_o \equiv \text{Longitud de onda en el vacío}$$

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3\times10^{8}}{1{,}5} = 2\times10^{8}\ \text{m/s}$$

b. Según la Ley de Snell: $n_1 \cdot \text{sen}\,\hat{i} = n_2 \cdot \text{sen}\,\hat{r}$



Al ángulo que produce reflexión total $(\hat{r} = 90^\circ)$ se denomina ángulo límite $(\hat{l})$.

$$n_1 \cdot \text{sen}\,\hat{l} = n_2 \cdot \text{sen}\,90^\circ \ ; \ \text{sen}\,\hat{l} = \frac{n_2}{n_1}\cdot 1 = \frac{1}{1{,}5} = 0{,}67$$

$$\hat{l} = \text{arcsen}\,0{,}67 = 41{,}8^\circ$$

Junio 2011. Cuestión 3A.- Considérese un haz de luz monocromática, cuya longitud de onda en el vacio es λ_o = 600 nm. Este haz incide, desde el aire, sobre la pared plana de un vidrio de un acuario con un ángulo de incidencia de 30º. Determine:

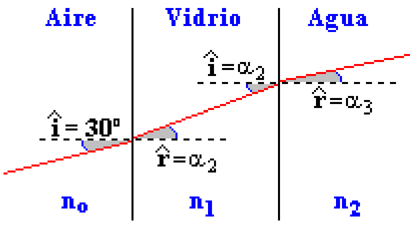
- **a)** El ángulo de refracción en el vidrio, sabiendo que su índice de refracción es $n_1 = 1{,}5$.
- **b)** La longitud de onda de dicho haz en el agua, sabiendo que su índice de refracción es $n_2 = 1{,}33$.

Dato: Índice de refracción en el aire n = 1.

Solución.

a. Aplicando la ley de Snell:

$$n_o\ \text{sen}\,\hat{i} = n_1\ \text{sen}\,\hat{\alpha}_2$$
$$1 \cdot \text{sen}\,30^\circ = 1{,}5 \cdot \text{sen}\,\alpha_2$$
$$\text{sen}\,\alpha_2 = 0{,}33 \ ; \ \alpha_2 = 19'5^\circ$$



b. Los índices de refracción de dos medios distintos son inversamente proporcionales a las velocidades de la luz en esos medios y a las longitudes de onda.

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \ ; \ n_1 \cdot \lambda_1 = n_2 \cdot \lambda_2$$

Extendiendo la igualdad: $n_0 \cdot \lambda_0 = n_1 \cdot \lambda_1 = n_2 \cdot \lambda_2$

$$\lambda_2 = \lambda_0 \cdot \frac{n_o}{n_1} = 600 \cdot \frac{1}{1{,}33} = 451\,\text{nm}$$

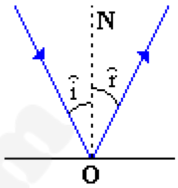
Junio 2010 F.G. Cuestión 2B.-

a) Enuncie las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz y efectúe los esquemas gráficos correspondientes.

b) Defina el concepto de ángulo límite y explique el fenómeno de reflexión total

Solución.

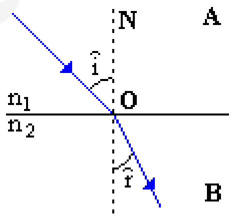
a. Leyes de la reflexión:



- El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado están en el mismo plano.
- El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

$\hat{i} \equiv$ ángulo de incidencia; $\hat{r} \equiv$ ángulo de reflexión

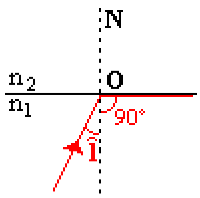
Leyes de la refracción



- El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado están en el mismo plano.
- La relación entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es una constante característica de los dos medios A y B.

$$\frac{\text{sen}\,\hat{i}}{\text{sen}\,\hat{r}} = \frac{n_2}{n_1}$$

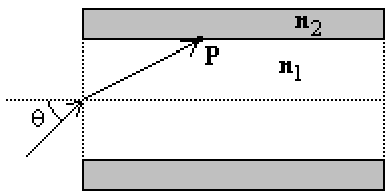
b. Se denomina ángulo límite $(\hat{l})$, al ángulo de incidencia al que corresponde un ángulo de refracción de 90º. Según las leyes de la refracción su valor es:



$$\frac{\text{sen}\,\hat{l}}{\text{sen}\,90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \;;\; \text{sen}\,\hat{l} = \frac{n_2}{n_1}$$

Para ángulos de incidencia mayores que el ángulo límite no se produce refracción y toda la luz se refleja. Este fenómeno, que solo puede producirse cuando la luz pasa de un medio más refringente a otro menos refringente ($n_1 > n_2$) se le denomina reflexión total.

Junio 2010 F.M. Problema 2A.- Un rayo de luz de longitud de onda en el vacío $\lambda_o = 650$ nm incide desde el aire sobre el extremo de una fibra óptica formando un ángulo θ con el eje de la fibra (ver figura), siendo el índice de refracción n_1 dentro de la fibra 1'48.



a) ¿Cual es la longitud de onda de la luz dentro de la fibra?

b) La fibra está revestida de un material de índice de refracción n_2 = 1,44. ¿Cuál es el valor máximo del ángulo θ para que se produzca reflexión total interna en P?

Solución.

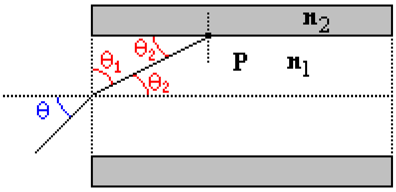
a. El índice de refracción absoluto de un medio material es la relación entre la velocidad de la luz en el vacío c y la velocidad en dicho medio v.

$$n = \frac{c}{v}$$

Teniendo en cuenta que la velocidad es el producto de la longitud de onda por la frecuencia y que la frecuencia no varía al cambiar de medio:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_o \cdot f}{\lambda \cdot f} = \frac{\lambda_o}{\lambda} \;:\; 1{,}48 = \frac{650\times10^{-9}}{\lambda} \;:\; \lambda = \frac{650\times10^{-9}}{1{,}48} \approx 439\times10^{-9}\,\text{m}$$

b. Para que se produzca reflexión total (θ =90º), el ángulo θ_2 debe ser menor que el ángulo límite.



Ángulo límite:

$$n_1 \cdot \text{sen}\,\theta_2 = n_2 \cdot \text{sen}\,90^\circ \;:\; \text{sen}\,\theta_2 = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1{,}44}{1{,}48} = 0{,}973$$

$$\theta_2 = \text{arcsen}\,0{,}973 = 76{,}65^\circ$$

Mediante la ecuación de Snell se puede relacionar θ_2 con θ, para lo cual es necesario relacionar θ_2 con θ_1.

$$\left.\begin{array}{r} n \cdot \text{sen}\,\theta = n_1 \cdot \text{sen}\,\theta_1 \\ \theta_1 = 90 - \theta_2 \end{array}\right\} : \; n \cdot \text{sen}\,\theta = n_1 \cdot \text{sen}\,(90 - \theta_2)$$

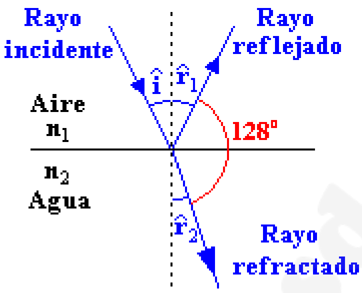
$$1 \cdot \text{sen}\,\theta = 1{,}48 \cdot \text{sen}\,(90 - 76{,}65) \;:\; \text{sen}\,\theta = 0{,}3417 \quad \theta = 19{,}98^\circ \approx 20^\circ$$

Septiembre 2010 F.G. Cuestión 3A.- Un rayo de luz se propaga desde el aire al agua, de manera que el rayo incidente forma un ángulo de 30º con la normal a la superficie de separación aire-agua. y el rayo refractado forma un ángulo de 128º con el rayo reflejado.

- **a)** Determine la velocidad de propagación de la luz en el agua.
- **b)** Si el rayo luminoso invierte el recorrido y se propaga desde el agua al aire, ¿a partir de qué ángulo de incidencia se produce la reflexión total?

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3\times10^8\,\text{ms}^{-1}$.

Solución.



$$\left.\begin{array}{l} \hat{i} \equiv \text{Ángulo de incidencia} \\ \hat{r}_1 \equiv \text{Ángulo de reflexión} \end{array}\right\} : \hat{i} = \hat{r}_1$$

$$\hat{r}_2 \equiv \text{Ángulo de refracción}$$

a. La velocidad de propagación de la luz en el agua se calcula a partir del índice de refracción absoluto en el agua.

$$n_{\text{Agua}} = \frac{c}{v_{\text{Agua}}}$$

El índice de refracción absoluto en el agua se puede obtener mediante la ley de Snell.

$$n_1 \cdot \text{sen}\,\hat{i} = n_2 \cdot \text{sen}\,\hat{r}_2$$

Expresión que permite obtener la relación entre los índices de los dos medios en función de la relación entre los senos de los ángulos de incidencia y refracción.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\text{sen}\,\hat{r}_2}{\text{sen}\,\hat{i}}$$

Tomando como 1 el índice de refracción en el aire:

$$\frac{n_2}{1} = n_2 = \frac{\text{sen}\,\hat{r}_2}{\text{sen}\,\hat{i}}$$

Igualando con la relación de velocidades, se despeja la velocidad en el agua:

$$n_2 = \frac{\text{sen}\,\hat{r}_2}{\text{sen}\,\hat{i}} = \frac{c}{v_2} \;;\; v_2 = c \cdot \frac{\text{sen}\,\hat{i}}{\text{sen}\,\hat{r}_2}$$

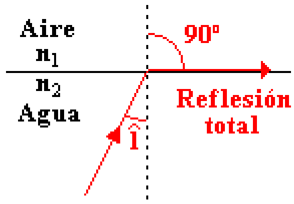
$\hat{r}_2$ se calcula con los datos del enunciado y teniendo en cuenta que:

$$\hat{r}_1 + 128^\circ + \hat{r}_2 = 180 \;:\; \hat{r}_1 = \hat{i} = 30^\circ \;:\; \hat{r}_2 = 180^\circ - 128^\circ - 30^\circ = 22^\circ$$

Sustituyendo

$$v_2 = c \cdot \frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}_2} = 3\times10^8 \cdot \frac{\text{sen } 30^o}{\text{sen } 22^o} = 2{,}25\times10^8 \ m/s$$

b. Se produce reflexión total cuando el rayo refractado forma 90º con la normal.



Aplicando la Ley de Snell, se calcula el ángulo límite.

$$n_2 \cdot \text{sen } \hat{l} = n_1 \cdot \text{sen } 90^o$$

$$\text{sen } \hat{l} = \frac{n_1}{n_2}$$

El índice de refracción en el agua se calcula a partir de la velocidad de la luz en el agua.

$$n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{3\times10^8}{2{,}25\times10^8} = 1{,}33$$

Sustituyendo en la expresión del ángulo límite:

$$\text{sen } \hat{l} = \frac{1}{1{,}33} = 0{,}75 \Rightarrow \hat{l} = \text{arcsen } 0{,}75 = 48{,}6^o$$

Septiembre 2010 F.M. Problema 2.- En tres experimentos independientes, un haz de luz de frecuencia f = 10^{15} Hz incide desde cada uno de los materiales de la tabla sobre la superficie de separación de éstos con el aire, con un ángulo de incidencia de 20º, produciéndose reflexión y refracción.

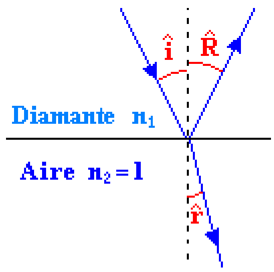
Material	Diamante	Cuarzo	Agua
Índice de refracción	2,42	1,46	1,33

a) ¿Depende el ángulo de reflexión del material? Justifique la respuesta.
b) ¿En qué material la velocidad de propagación de la luz es menor? Determine en este caso el ángulo de refracción.
c) ¿En qué material la longitud de onda del haz de luz es mayor? Determine en este caso el ángulo de refracción.
d) Si el ángulo de incidencia es de 30°, ¿se producirá el fenómeno de reflexión total en alguno(s) de los materiales?

Solución.

a. El ángulo de reflexión no depende del material, solo depende del ángulo de incidencia sobre la normal a la superficie.

b. Teniendo en cuenta que $n = \frac{c}{v}$, la velocidad de propagación es inversamente proporcional al índice de refracción $v = \frac{c}{n}$.



La velocidad de propagación será menor en el medio de mayor índice de refracción, en el DIAMANTE.

Aplicando la ley de Snell, se calcula el ángulo de refracción para el diamante.

$$n_1 \cdot \text{sen } \hat{i} = n_2 \cdot \text{sen } \hat{r}$$

$$\text{sen } \hat{r} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \text{sen } \hat{i}$$

$$\text{sen } \hat{r} = \frac{2{,}42}{1} \cdot \text{sen } 20^o = 0{,}8277 : \quad \hat{r} = \text{arcsen } 0{,}8277 = 55{,}9^o$$

c. En el de menor índice de refracción $\lambda = \frac{\lambda_o}{n}$, por lo tanto en el agua.

$$\lambda_o = \frac{c}{\nu} = \frac{3\times10^8}{10^{15}} = 3\times10^{-7}\,\text{m} \ : \ \lambda_{agua} = \frac{3\times10^{-7}}{1{,}33} = 2{,}26\times10^{-7}\,\text{m}$$

Aplicando la ley de Snell se calcula en ángulo de refracción en el agua

$$n_1 \cdot \text{sen}\,\hat{i} = n_2 \cdot \text{sen}\,\hat{r}$$

$$\text{sen}\,\hat{r} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \text{sen}\,\hat{i}$$

$$\text{sen}\,\hat{r} = \frac{1{,}33}{1} \cdot \text{sen}\,20^o = 0{,}4549 : \quad \hat{r} = \text{arcsen}\,0{,}4549 = 27{,}1^o$$

d. Para que se produzca reflexión total el ángulo refractado debe ser de 90º

$$n_1 \cdot \text{sen}\,\hat{i} = n_2 \cdot \text{sen}\,\hat{r}$$

$$n_1 \cdot \text{sen}\,30 = 1 \cdot \text{sen}\,90$$

$$n_1 = \frac{1}{\text{sen}30^o} = 2$$

El ángulo límite de incidencia que produce el fenómeno de reflexión total es inversamente proporcional al índice del medio. Esto significa que a mayores índices de refracción más pequeño será ese ángulo límite necesario.

Puesto que el ángulo de incidencia es 30º, necesitaríamos según los cálculos anteriores un índice de refracción de 2 para que se produjese el fenómeno de reflexión total. Además para cualquier índice superior a 2 también se produciría por la relación inversamente proporcional entre ángulo límite e índice.

Junio 2008. Cuestión 3.

Una lámina de vidrio (índice de refracción n = 1,52) de caras planas y paralelas y espesor d se encuentra entre el aire y el agua. Un rayo de luz monocromática de frecuencia 5×10^{14} Hz incide desde el agua en la lámina. Determine:

a) Las longitudes de onda del rayo en el agua y en el vidrio.

b) El ángulo de incidencia en la primera cara de la lámina a partir del cual se produce reflexión total interna en la segunda cara.

.Datos: Índice de refracción de agua n_{agua} = 1,33; Velocidad de la luz en el vacío c = 3×10^8 m/s

Solución.

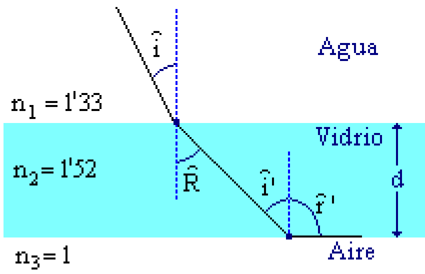
a. Según la definición:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \left\{ n = \frac{c}{v} \right\} = \frac{c}{n \cdot f}$$

Donde c es la velocidad de la luz, n es el índice de refracción y f es la frecuencia.

- Vidrio: $\lambda_2 = \frac{c}{n_2 \cdot f} = \frac{3\times10^8\ m/s}{1{,}52 \cdot 5\times10^{14}\,s^{-1}} = 3{,}95\times10^{-7}\,\text{m}$
- Agua: $\lambda_1 = \frac{c}{n_1 \cdot f} = \frac{3\times10^8\ m/s}{1{,}33 \cdot 5\times10^{14}\,s^{-1}} = 4{,}51\times10^{-7}\,\text{m}$

b. Ley de Snell:



- En la 1ª cara: $n_1 \cdot \text{sen}\,\hat{i} = n_2 \cdot \text{sen}\,\hat{R}$
- En la 2ª cara: $n_2 \cdot \text{sen}\,\hat{i}' = n_3 \cdot \text{sen}\,\hat{r}'$

En la segunda cara se produce reflexión total, $\hat{r}' = 90^o$, porque $n_3 < n_2$. El ángulo de incidencia al que corresponde un ángulo de refracción de 90º se le denomina ángulo límite, se calcula aplicando la ley de Snell.

$$n_2 \cdot \operatorname{sen} \hat{i}' = n_3 \cdot \operatorname{sen} \hat{r}' : \begin{cases} \hat{r}' = 90^\circ \\ \hat{i}' = \hat{l} \end{cases} : n_2 \cdot \operatorname{sen} \hat{l} = n_3 \cdot \operatorname{sen} 90^\circ$$

$$\operatorname{sen} \hat{l} = \frac{n_3}{n_2} = \frac{1}{1'52} = 0'66 : \quad \hat{l} = \operatorname{arcsen} 0'66 = 41{,}1^\circ$$

Por ser las caras planas y paralelas, el ángulo de refracción de la 1ª cara será igual que el angulo de incidencia en la 2ª, que en este caso es el ángulo límite.

$$\hat{R} = \hat{l} = 41{,}1^\circ$$

Aplicando la ley de Snell se calcula el ángulo de incidencia en la 1ª cara.

$$\operatorname{sen} \hat{i} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \operatorname{sen} \hat{R} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \operatorname{sen} \hat{l} = \frac{1{,}52}{1'33} \cdot \operatorname{sen} 41{,}1 = 0{,}75$$

$$\hat{i} = \operatorname{arcsen} 0{,}75 = 48{,}7^\circ$$

Junio 2007. Cuestión 3.- Una superficie plana separa dos medios de índices de refracción distintos n_1 y n_2. Un rayo de luz incide desde el medio de índice n_1. Razone si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:

- **a)** El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión.
- **b)** Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales.
- **c)** El rayo incidente, el reflejado y el refractado están en el mismo plano.
- **d)** Si $n_1 > n_2$ se produce reflexión total para cualquier ángulo de incidencia.

Solución

a. **Falso**, son iguales por definición.

b. **Falso**, dependen de los índices de refracción según la ley de Snell

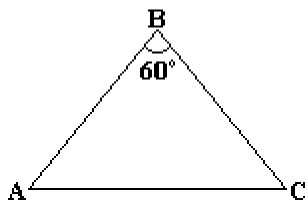
$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

c. **Verdadero**, es parte de las leyes de Snell.

d. **Falso**, el ángulo de reflexión total se obtiene cuando $\theta_1 > \arcsin\dfrac{n_1}{n_2}$

Junio 2006. Problema 2.-

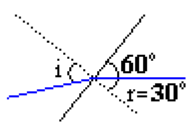
Sobre un prisma de ángulo 60º como el de la figura, situado en el vacío, incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 41'3º con la normal a la cara AB.. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:



- **a)** Calcule el índice de refracción del prisma.
- **b)** Realice el esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a través del prisma.
- **c)** Determine el ángulo de desviación del rayo al atravesar el prisma.
- **d)** Explique si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma.

Solución.

$$\hat{i} = 41'3^\circ$$



Como el triangulo isósceles por construcción se ve claramente que $\hat{r} = 30^\circ$

a) El índice de refracción del prisma se calcula mediante la ley de

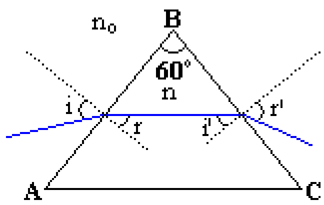
Snell

$$n_o \cdot \text{sen}\,\hat{i} = n \cdot \text{sen}\,\hat{r} \quad \Rightarrow \quad n = n_o \cdot \frac{\text{sen}\,\hat{i}}{\text{sen}\,\hat{r}}$$

Sustituyendo por los datos y teniendo en cuenta que el índice del vacío es 1 $(n_o = 1)$

$$n = n_o \cdot \frac{\text{sen}\,\hat{i}}{\text{sen}\,\hat{r}} = 1 \cdot \frac{\text{sen } 41'3^o}{\text{sen } 30^o} = 1'32$$

b)



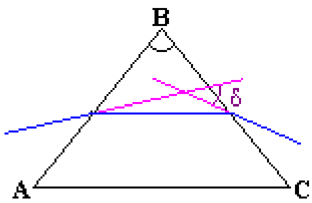
c) La ecuación del prisma nos dice que:

$$\hat{r} + \hat{i}' = 60^o$$

Como $\hat{r} = 30^o \Rightarrow \hat{i}' = 30^o$

Por la ley de Snell:

$$n \cdot \text{sen}\,\hat{i}' = n_o \cdot \text{sen}\,\hat{r}' \quad \Rightarrow \quad \text{sen}\,\hat{r}' = \text{sen}\,\hat{i}' \cdot \frac{n}{n_o} \;\; ; \;\; \text{sen}\,\hat{r}' = \text{sen } 30^o \cdot \frac{1'32}{1} = 0'66 \Rightarrow \hat{r}' = 41'3^o$$



El ángulo de desviación del rayo (δ)se calcula con la ecuación:

$$\delta = i + r' - 60^o = 41'3^o + 41'3^o - 60^o = 22'6^o$$

d) Cuando la luz cambia de medio la frecuencia no se ve alterada. En cambio la longitud de onda al pasar del vacío a un medio de índice n se ve disminuida en un factor $\frac{1}{n}$

$$\lambda' = \frac{1}{n}\lambda_o$$

Septiembre 2006. Cuestión 4.- Un buceador enciende una linterna debajo del agua (índice de refracción 1,33) y dirige el haz luminoso hacia arriba formando un ángulo de 40° con la vertical.

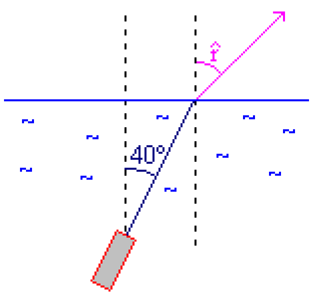
a) ¿Con qué ángulo emergerá la luz del agua?

b) ¿Cuál es el ángulo de incidencia a partir del cual la luz no saldrá del agua?

Efectúe esquemas gráficos en la explicación de ambos apartados.

Solución.

a) Aplicando la ley de Snell:

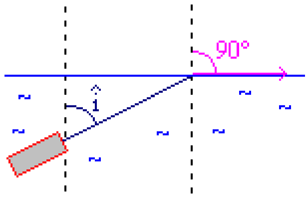


$$n_1 \text{sen}\,\hat{i} = n_2 \text{sen}\,\hat{r}$$

$$1'33 \text{ sen } 40^o = 1 \cdot \text{sen}\,\hat{r}$$

$$0'85 = \text{sen}\,\hat{r} \qquad \hat{r} = 58'7^o$$

b) Cálculo del ángulo límite:



$$n_1 \text{sen}\, \hat{i} = n_2 \text{sen}\, \hat{r}$$

$$n_1 \text{sen}\, \hat{i} = n_2 \text{sen}\, 90^o$$

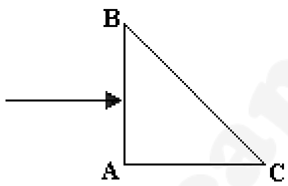
$$1'33\, \text{sen}\, \hat{i} = 1 \cdot 1 \qquad \text{sen}\, \hat{i} = 0'75$$

$$\hat{i} = 48'7^o$$

Septiembre 2005. Cuestión 4. Se tiene un prisma óptico de índice de refracción 1,5 inmerso en el aire. La sección del prisma es un triángulo rectángulo isósceles como muestra la figura. Un rayo luminoso incide perpendicularmente sobre la cara AB del prisma.

a) Explique si se produce o no reflexión total en la cara BC del prisma.

b) Haga un esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a través del prisma. ¿Cuál es la dirección del rayo emergente?



Solución.

a. En la cara AB del prisma no puede haber reflexión total en ningún caso porque ésta solo se produce cuando la luz pasa de un medio con índice de refracción mayor a uno con índice de refracción menor, y no es el caso de este problema.

Como el rayo incide perpendicularmente al lado AB no se produce refracción sobre esta cara y el rayo no se desvía. Al llegar a la cara BC el rayo incidente se divide en uno transmitido (refractado) y uno reflejado. El ángulo del rayo reflejado es igual al ángulo del rayo incidente $\theta_r = \theta_i$, y al ser un prisma isósceles y rectangular $\theta_i = \theta_r = 45^o$, y por tanto el rajo reflejado sobre la cara BC incide perpendicularmente en la cara AC y sale un rayo.

En la cara BC, el rayo transmitido (refractado) debe seguir la ley de Snell.

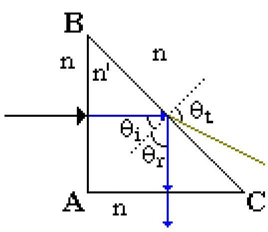
$$n' \text{sen}\, \theta_i = n \cdot \text{sen}\, \theta_t$$

Despejando el seno del ángulo transmitido y sustituyendo los datos se llega a una incongruencia.

$$\text{sen}\, \theta_t = \frac{n'}{n} \cdot \text{sen}\, \theta_i = \frac{1'5}{1} \cdot \text{sen}\, 45^o = \frac{3\sqrt{2}}{4} = 1'06 > 1 \ \text{FALSO} \left(\text{sen}\, \alpha \in [-1, 1]\right)$$

Este resultado indica que en la cara BC se produce reflexión total y por tanto el único rayo emergente sale por la cara AC

b.

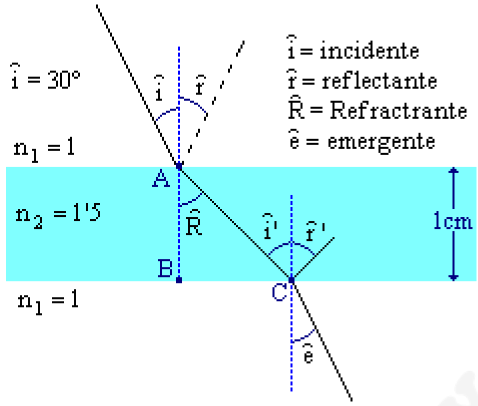


Junio 2005. Cuestión 4.-

Sobre una lámina transparente de índice de refracción 1'5 y de 1 cm de espesor, situada en el vacío, incide un rayo luminoso formando un ángulo de 30º con la norma1 a la cara. Calcule:

a) El ángulo que forma con la norna1 el rayo que emerge de la lámina. Efectúe la construcción geométrica correspondiente.

Solución.



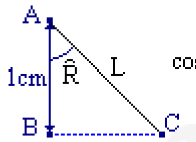
Aplicando la ley de Snell en las dos interfases:

$$\left.\begin{matrix} n_1 \cdot \text{sen}\,\hat{i} = n_2 \cdot \text{sen}\,\hat{R} \\ n_2 \cdot \text{sen}\,\hat{i}' = n_1 \cdot \text{sen}\,\hat{e} \end{matrix}\right\} : \hat{i}' = \hat{R} : \left\{\begin{matrix} n_1 \cdot \text{sen}\,\hat{i} = n_2 \cdot \text{sen}\,\hat{i}' \\ n_2 \cdot \text{sen}\,\hat{i}' = n_1 \cdot \text{sen}\,\hat{e} \end{matrix}\right. \Rightarrow \hat{i} = \hat{e}$$

b) La distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina.

Solución.

La distancia recorrida dentro de la lámina (L), se calcula en el triángulo ABC



$$\cos\hat{R} = \frac{10^{-2}}{L} \Rightarrow L = \frac{10^{-2}}{\cos\hat{R}}$$

Para calcular el ángulo $\hat{R}$ se aplica la ley de Snell entre las interfases.

$$n_1 \cdot \text{sen}\,\hat{i} = n_2 \cdot \text{sen}\,\hat{R}$$

$$1 \cdot \text{sen}\,30º = \frac{3}{2} \cdot \text{sen}\,\hat{R} \Rightarrow \text{sen}\,\hat{R} = \frac{2}{3} \cdot \text{sen}\,30º = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\text{sen}\,\hat{R} = \frac{1}{3} \Rightarrow \hat{R} = \text{arcsen}\,\frac{1}{3} = 19'47º$$

Sustituyendo en la expresión de la distancia:

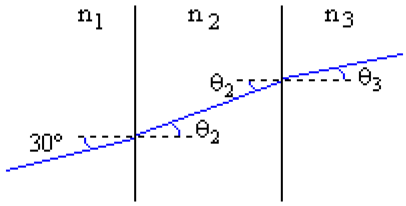
$$L = \frac{10^{-2}}{\cos 19'47º} = 1'06 \times 10^{-2}\,\text{m} = 1'06\,\text{cm}$$

Modelo 2005. Problema 1B.

Se tienen tres medios transparentes de índices de refracción n_1, n_2 y n_3 separados entre si por superficies planas y paralelas. Un rayo de luz de frecuencia $\nu = 6 \times 10^{14}$ Hz incide desde el primer medio ($n_1 = 1'5$) sobre el segundo formando un ángulo $\theta = 30º$ con la normal a la superficie de separación.

a) Sabiendo que el ángulo de refracción en el segundo medio es $\theta_2 = 23{,}5º$, ¿cuál será la longitud de onda de la luz en este segundo medio?

Solución.



Aplicando la ley de Snell entre el primer y el segundo medio:

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

calculemos n_2:

$$1'5 \cdot \text{sen } 30° = n_2 \cdot \text{sen } 23'5°$$

$$n_2 = \frac{1'5 \cdot \text{sen } 30°}{\text{sen } 23'5°} \qquad n_2 = 1'88$$

La relación entre el índice de refracción y la longitud de onda en este medio:

$$\left.\begin{array}{l} n_2 = \dfrac{c}{v_2} \\ v_2 = \lambda_2 \cdot \nu \end{array}\right\} : \lambda_2 = \frac{c}{n_2 \cdot \nu}$$

Sustituyendo los datos del problema, y sabiendo que $c = 3 \cdot 10^8 \; m/s$:

$$\lambda_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{1'88 \cdot 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 3'76 \cdot 10^{6} \text{ m}$$

Utilizamos en este problema el hecho de que la frecuencia de la luz no varía, cuando ésta pasa de un medio a otro de índice n distinto, pero si la longitud de onda y la velocidad en ese medio, en función de n.

b) Tras atravesar el segundo medio el rayo llega a la superficie de separación con el tercer medio. Si el índice de refracción del tercer medio es $n_3 = 1{,}3$, ¿cuál será el ángulo de emergencia del rayo? Dato: Velocidad de la luz en el vacío e = 3 x 108 m s^{-1}

Solución.

Si $n_3 = 1'3$

Aplicando de nuevo la ley de snell, hallando el ángulo de emergencia del rayo.

$$n_2 \text{ sen } \theta_2 = n_3 \text{ sen } \theta_3$$

$$1'88 \cdot \text{sen } 23'5 = 1'3 \cdot \text{sen}\theta_3$$

Despejando θ_3 :

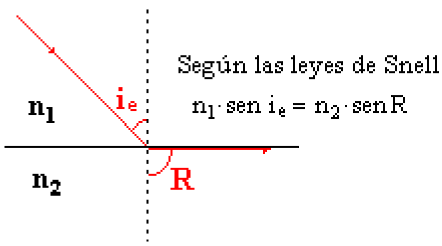
$$\text{sen } \theta_3 = \frac{1'88 \cdot \text{sen } 23'5}{1'3} \qquad \text{sen } \theta_3 = 0'576 \qquad \theta_3 = 35'2°$$

Septiembre 2004. Cuestión 3.

a) Defina el concepto de ángulo límite y determine su expresión para el caso de dos medios de índices de refracción n_1 y n_2, si $n_1 > n_2$.

Solución.

Ángulo límite: es aquel ángulo de coincidencia para que toda luz se refleja ⇒ no entra luz en el 2º medio.

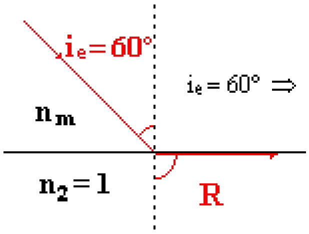


Si R = 90, teniendo en cuenta que sen 90 = 1:

$$\text{sen } i_e = \frac{n_2}{n_1}$$

b) sabiendo que el ángulo límite definido entre un medio material y el aire es 60º, determine la velocidad de la luz en dicho medio

Solución.



$$i_e = 60° \Rightarrow \text{sen } i_e = \frac{1}{n_m} = 0'86$$

$$n_m = \frac{1}{0'86} = 1'16$$

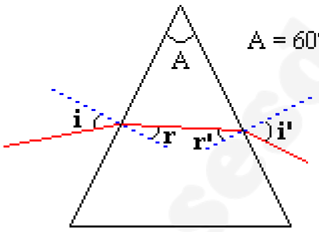
Por tanto la velocidad de la luz en el medio será:

$$c_m = \frac{c}{n_m} = \frac{3\times10^8 \ m/s}{1{,}16} = 2{,}58\times10^8 \ m/s$$

Junio 2004. Problema 2B.- Un rayo de luz monocromática incide sobre una cara lateral de un prisma de vidrio, de índice de refracción $n = \sqrt{2}$. El ángulo del prisma es α 60º. Determine:

a) El ángulo de emergencia a través de la segunda cara lateral si el ángulo de incidencia es de 30º. Efectúe un esquema gráfico de la marcha del rayo.

Solución.



$$\text{sen } i = n \cdot \text{sen } r$$
$$\text{sen } i' = n \cdot \text{sen } r'$$
$$r + r' = A$$

Aplicando las leyes de Snell:

$$\text{Sen } i = n \cdot \text{sen } r$$

$$\text{sen}(30°) = \sqrt{2} \cdot \text{sen}(r) \Rightarrow \text{sen}(r) = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$r = \text{arcsen}\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right) = 20'7°$$

teniendo en cuenta que r + r’ = 60:

$$r' = A - r = 60 - 20'7 = 39'3°$$

y aplicando sen i’ = n· sen r’

$$\text{sen } i' = \sqrt{2} \text{ sen } 39'3° \qquad i' = 63'6°$$

b) El ángulo de incidencia para que el ángulo de emergencia del rayo sea 90º.

Solución.

Si $i' = 90 \rightarrow n \ \text{sen } r' = 1 \Rightarrow \text{sen } r' = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow r' = 45°$

$$r = A - r' = 60 - 45 = 15$$

Teniendo en cuenta que Sen i = n· sen r

$$\text{sen } i = \sqrt{2} \text{ sen } 15 \rightarrow i = 21.47°$$

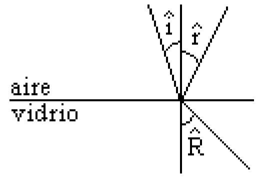
Junio 2003. Cuestión 4. Un haz luminoso esta constituido por dos rayos de luz superpuestos: uno azul de longitud de onda 450 nm y otro rojo de longitud de onda 650 nm. Si este haz incide desde el aire sobre la superficie plana de un vidrio con un ángulo de incidencia de 30º, calcule:

a) El ángulo que forma entre sí los rayos azules y rojo reflejados.
b) El ángulo que forma entre sí los rayos azules y rojos refractados.

Datos: Índice la refracción del vidrio para el rayo azul. n_{AZUL} = 1'55
Índice la refracción del vidrio para el rayo rojo. n_{ROJO} = 1'40

Solución.

$\lambda_1 = 450$ nm
$\lambda_2 = 650$ nm



$\hat{i} = \hat{r}$
$n_1 \text{sen}\,\hat{i} = n_2 \text{sen}\,\hat{R}$

a) Para hallar el ángulo entre los rayos refractados hallamos el ángulo para cada λ, es decir con $n_2 = \begin{cases} 1{,}55 \to \lambda_1 \\ 1{,}40 \to \lambda_2 \end{cases}$

$$\text{sen}\,\hat{R} = \frac{n_1}{n_2}\,\text{sen}\,\hat{i}$$

teniendo en cuenta que $n_1 = 1$ (aire)

λ_1 (azul)

$$\text{sen}\,\hat{R} = \frac{1}{1{,}55}\,\text{sen}\,30 = 0{,}323 \to \hat{R}_1 = 18{,}8º$$

λ_2 (rojo)

$$\text{sen}\,\hat{R} = \frac{1{,}40}{1}\,\text{sen}\,30 = 0{,}357 \to \hat{R}_2 = 20{,}9º$$

el ángulo entre ellos será

$$\left|\hat{R}_1 - \hat{R}_2\right| = |18{,}8 - 20{,}9| = 2{,}1º$$

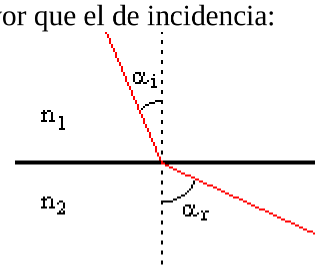
b) El ángulo entre los rayos reflejados es cero ya que la reflexión $\left(\hat{i} = \hat{r}\right)$ no depende de λ

Septiembre 2002. Cuestión 3.- Una superficie de discontinuidad plana separa dos medios de índices de refracción n_1 y n_2. Si un rayo incide desde el medio de índice n_1, razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- Si $n_1 > n_2$ el ángulo de refracción es menor que el ángulo de incidencia.
- Si $n_1 < n_2$ a partir de un cierto ángulo de incidencia se produce el fenómeno de reflexión total.

Solución.

- Falso. Si $n_1 > n_2$ el rayo refractado se aleja de la recta normal. El ángulo de refracción es siempre mayor que el de incidencia:



- Si $n_1 < n_2$, el ángulo de refracción se hace menor que el ángulo de incidencia, cualquiera que sea el valor de éste. Es decir, el rayo refractado se acerca a la normal, respecto al rayo incidente

  Para que produjera reflexión total: α_r = 90º con lo que sen α_r = 1, y según la ley de Snell, el ángulo de incidencia tendría que ser: $\text{sen } \alpha_i = \frac{n_2}{n_1} > 1$. Condición que no se cumple nunca, para ningún α_i.

Junio 2001. Cuestión 4.

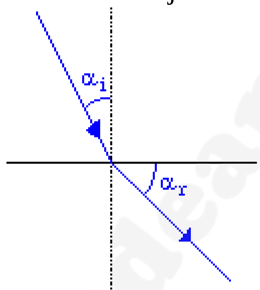
Un rayo de luz monocromática que se propaga en un medio de índice de refracción 1'58 penetra en otro medio de índice de refracción 1,23 formando un ángulo de incidencia de 15º (respecto a la normal) en la superficie de discontinuidad entre ambos medios.

a) Determine el valor del ángulo de refracción correspondiente al ángulo de incidencia anterior. Haga un dibujo esquemático.

b) Defina ángulo límite y calcule su valor para este par de medios.

Solución.

a. Puesto que $n_2 < n_1$, el rayo refractado se aleja de lo normal.



El valor concreto del ángulo de refracción lo calculamos mediante la ley de Snell.

$n_1 \text{sen } \varphi_i = n_2 \text{sen } \varphi_r$

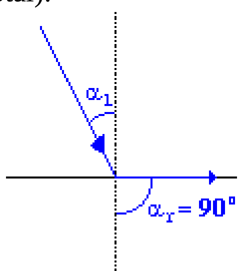
Si

$$\varphi_i = 15^\circ \quad \Rightarrow \quad \text{sen } \varphi_r = \frac{n_1}{n_2} \text{sen } 15^\circ$$

Sustituyendo valores:

$$\text{sen } \varphi_r = 0'33 \quad \Rightarrow \quad \varphi_r = \text{arcsen } 0'33 = 19'42^\circ$$

b. Ángulo limite, es aquel ángulo de incidencia a partir del cual, el rayo no se refracta, sino que se refleja totalmente(Reflexión total).



Para este ángulo limite, se observa que $\varphi_r = 90^\circ$. Aplicando la ley de Snell:

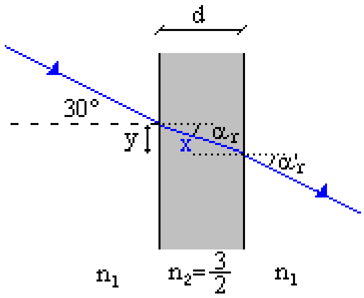
$$n_1 \text{sen } \varphi_L = n_2 \text{sen } \varphi_r$$

$$\text{sen } \varphi_L = \frac{n_2}{n_1} \qquad \varphi_L = 51'1^\circ$$

Septiembre 2000. Cuestión 4.
Sobre una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, de espesor 2 cm y de índice de refracción n = 3/2, situada en el aire, incide un rayo de luz monocromática con un ángulo q_i= 30°.

a) Compruebe que el ángulo de emergencia es el mismo que el ángulo de incidencia.
b) Determine la distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina y el desplazamiento lateral, del rayo emergente.

Solución.



a. El ángulo del rayo refractado por la 1ª cara se calcula aplicando la ley de Snell:

$$n_1 \cdot \operatorname{sen}\alpha_i = n_2 \cdot \operatorname{sen}\alpha_r$$

$$\operatorname{sen}\alpha_r = \frac{n_1}{n_2}\operatorname{sen}\alpha_i$$

$$\operatorname{sen}\alpha_r = \frac{1}{3/2}\operatorname{sen}30^\circ \Rightarrow \alpha_r = 19'47^\circ$$

a continuación se calcula el ángulo de refracción en la 2ª cara:

$$n_2 \cdot \operatorname{sen}\alpha_i = n_1 \operatorname{sen}\alpha'_r$$

como $\alpha_i = \alpha_r$

$$\operatorname{sen}\alpha'_r = \frac{n_2}{n_1}\operatorname{sen}\alpha_i = \frac{3/2}{1}\cdot\operatorname{sen}19'47^\circ = 0'5 \quad \Rightarrow \quad \alpha'_r = 30^\circ$$

b. Si $d = 2cm = 2\times10^{-2}$ m, la distancia x recorrida por el rayo es:

$$\cos\alpha_r = \frac{d}{x} \qquad x = \frac{d}{\cos\alpha_r} = \frac{2\times10^{-2}}{\cos 19'47^\circ} = 0'021\text{m}$$

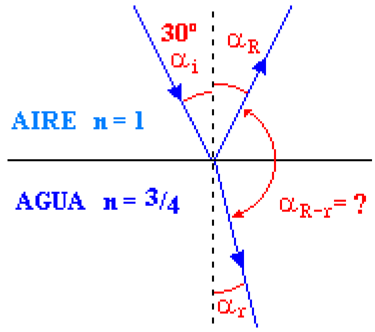
c. El desplazamiento lateral(y):

$$\operatorname{sen}\alpha_r = \frac{y}{x} \quad \Rightarrow \quad y = x\cdot\operatorname{sen}\alpha_r = 0'021\cdot\operatorname{sen}19'47^\circ = 7'07\cdot10^{-3}\text{m}$$

Junio 2000. Cuestión 4.

a) Un rayo luminoso que se propaga en el aire incide sobre el agua de un estanque con un ángulo de 30°. ¿Qué ángulo forman entre sí los rayos reflejado y refractado?
b) Si el rayo luminoso se propagase desde el agua hacia el aire ¿a partir de qué valor del ángulo de incidencia se presentará el fenómeno de reflexión total?

Dato: índice de refracción del agua = 4/3.
Solución.



a. Puesto que el medio 2, tiene un índice de refracción mayor que el medio 1, el rayo refractado se acerca a la normal.

Para hallar el α_r de refracción, aplicamos la ley de Snell:

$$n_1 \cdot \text{sen}\,\alpha_i = n_2 \cdot \text{sen}\,\alpha_r \quad \Rightarrow \quad \text{sen}\,\alpha_r = \frac{n_1}{n_2} \cdot \text{sen}\,\alpha_i$$

Sustituyendo valores:

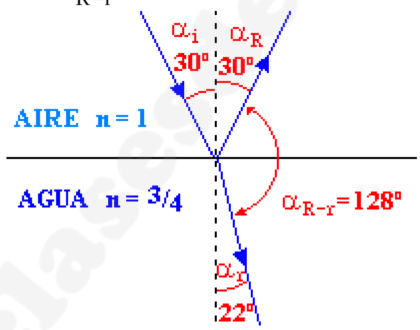
$$\text{sen}\,\alpha_r = \frac{1}{4/3} \cdot \text{sen}\,30^\circ \qquad \text{sen}\,\alpha_r = \frac{3}{8} \qquad \alpha_r = 22'02^\circ$$

La ley de reflexión dice que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión:

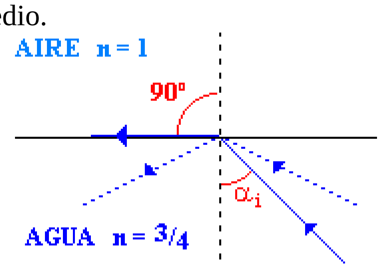
$$\alpha_i = \alpha_R \qquad \alpha_R = 30^\circ$$

El ángulo que forman el rayo reflejado y el refractado según el dibujo es:

$$\alpha_{R-r} = 180^\circ - 30^\circ - 22^\circ = 128^\circ$$



b. En el fenómeno de reflexión total, ocurre que a partir de un cierto ángulo de incidencia(desde un medio con mayor n a otro con menor n), no existe rayo refractado, y se refleja por completo en el 1º medio.



Para el α_i límite se debe cumplir que α_r = 90º. Por la ley de Snell $\left(n_2 \text{sen}\,\alpha_i = n_1 \text{sen}\,\alpha_r\right)$

$$\text{sen}\,\alpha_i = \frac{n_1}{n_2} \text{sen}\,90^\circ$$

$$\text{sen}\,\alpha_i = \frac{3}{4} \quad \alpha_i = 48'6^\circ$$ ángulo límite de incidencia.

Esto significa que para α_i > 48’6º, se produce reflexión total.